

Matemáticas desde los contextos

II JORNADAS DE MATEMÁTICAS DE LA RIOJA

Logroño, 26 de noviembre, 2011

Miguel Barreras Alconchel

www.catedu.es/calendas/





Matemáticas

...“¿repetitivas?”...

...“¿competitivas?”...



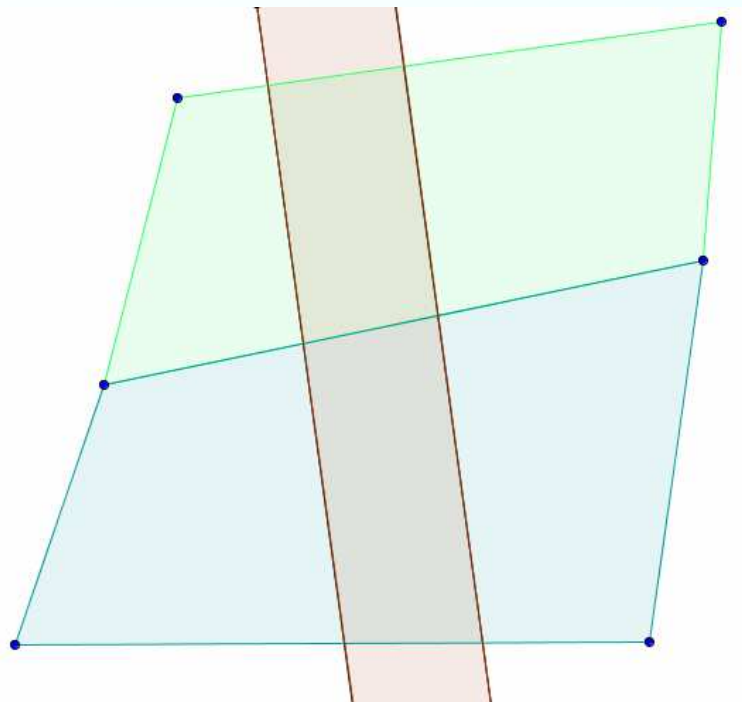
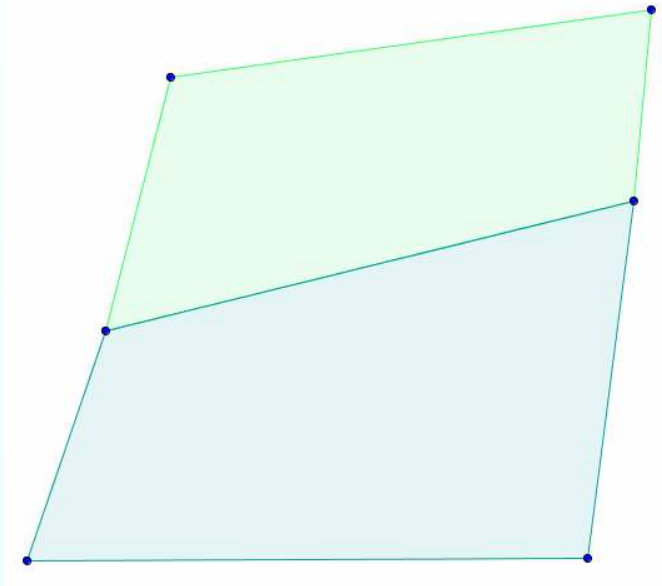
MEDIR UN CAMPO

(con o sin Excel)

Dos agricultores tienen campos colindantes.

Se va a construir una carretera que los atraviesa.

Deciden intercambiar las partes para que la propiedad de cada uno quede en la misma margen de la carretera.



Para saber quién tiene que dar a dinero a quién, necesitan medir cada uno de los cuatro trozos.

Como no tienen planos, quedan una mañana para medir. Llevan una cinta métrica, una libreta con un lápiz y una calculadora.

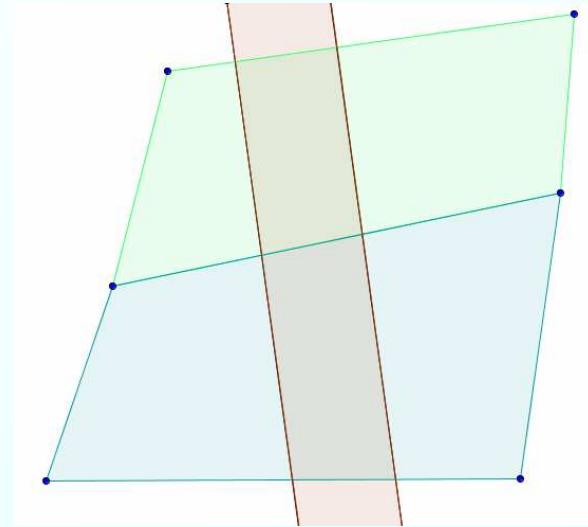
Da un procedimiento para calcular quién tiene que pagar a quién y cuánto, si el metro cuadrado va a 183 euros.

SOL1

SOL2

MEDIR UN CAMPO un verdadero contexto

- Es un problema real
- Urge la solución
- Su solución otorga valor social
- No es suficiente la estimación visual
- Admite distintos enfoques (métodos) para la solución
- Invita a la discusión
- Contempla el concepto “error” (!!)
- Exige el repaso o conocimiento del cálculo de áreas
 - saber lo que sabemos y lo que no sabemos
 - saber cuándo podemos aplicar lo que sabemos y cuándo no
- Provoca la investigación en internet
- Implica la necesidad de la raíz cuadrada y de la calculadora
 - Y también...
 - Invita al acercamiento a la [Historia de las matemáticas](#)
 - A la generalización (fórmula de Brahmagupta) que resuelve directamente el problema del cuadrilátero si es inscriptible
 - Sugiere una reflexión ética sobre el conocimiento



A) LECHE " LA VACA TRISTE "

1 1/2 l0,99 euros
1 l.....0,68 euros
paquete de 5 l.....3,25 euros

En un taller han arreglado en una semana 70 coches. Dos séptimos de los coches tenían estropeados los frenos, tres quintos de los coches tenían rayada la pintura y el resto tenía alguna luna rota. ¿Cuántos coches tenían alguna luna rota?

B) CERVEZA " EL LEÓN "

4 bot 1/3.....1,69 euros
6 bot 25 cl.....2,06 euros

Pedro tiene varias cajas con 6 vasos de cristal en cada una. Se le ha caído una caja y se han roto los vasos que había en ella. ¿Cuántos vasos le quedan si se han roto 1/9 del total?

Calcular :

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{17}{5} \right) : \frac{12}{5}$$

Matemáticas tradicionales

Esquema clásico *conocimiento... ¿helicoidal? o ¿repetitivo?*

1. Resuelve a tu aire

problemas “gancho” o de repaso de otros cursos

2. Desarrollo lineal del tema (estanco y, normalmente excluyente)

con ejemplos y ejercicios

3. Ejercicios finales

4. Problemas de aplicación

5. (optativo) Problemas para pensar

¿qué hemos estado haciendo hasta ahora?

Lo que los chicos aprenden (y recuerdan) y lo que no (y no retienen)

- **Números enteros (1º ESO)**
 - Algunos problemas “del final” los saben hacer desde el principio
 - Saben **sumar** y restar números **enteros** y el **significado de negativo** (primaria) y multiplicar (y su significado y utilidad) (!!)
 - Cadenas de operaciones, producto de negativos, potencia de base negativa (??)
 - ¿Aprobaría un ciudadano “culto” un examen de 1º de ESO?
- A menudo se abusa del formalismo y se transmite conocimiento matemático muy “estancado”

**(?) el conocimiento matemático, no siempre supone
competencia matemática (!)**

Qué es competencia matemática

[*El desarrollo de la competencia matemática*. Goñi, J. M. Graó. 2008]

- *“La competencia es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en **situaciones cotidianas**”*
[UE, 2006. Competencias clave para el aprendizaje permanente, un marco de referencia europea]
- *“Capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que las matemáticas juegan en el mundo, realizar razonamientos bien fundados y utilizar e involucrarse en las matemáticas de manera que satisfagan las necesidades de **la vida del individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo**”.*
[PISA, 2003]
- COMPETENCIA MATEMÁTICA = USO DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA RESOLVER PROBLEMAS (**SITUACIONES**) RELEVANTES DESDE EL PUNTO DE VISTA SOCIAL. [Goñi, 2008]
- COMPETENCIA MATEMÁTICA ≠ COMPETENCIA MATEMÁTICA DE LOS MATEMÁTICOS [Goñi, 2008]

¿Utiliza la gente las matemáticas?

¿Qué tipo de matemáticas utiliza?

- En su vida profesional
- En su vida cotidiana

Las matemáticas de los no matemáticos. Corbalán, F. Graó. 2008

- *Un doctor en Ciencias (investigador, profesor en la Facultad de Geológicas de Zaragoza, paleontólogo) asegura que en toda su carrera profesional sólo ha utilizado las matemáticas básicas. El cálculo diferencial, por ejemplo, nunca.*
- *El profesional asegura no utilizar LAS MATEMÁTICAS QUE LE ENSEÑARON (EXIGIERON), pero...*
- *¿Debería (o le vendría bien) utilizar otras matemáticas a las que el currículo les prestó menos (o nula) importancia?*

BIOLOGÍA



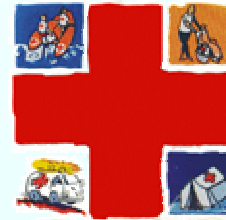
PERIODISMO



ZOOLOGÍA



ENFERMERÍA



MEDICINA



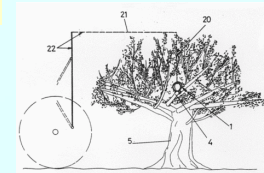
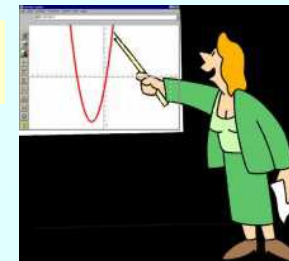
ECONOMÍA



SOCIOLOGÍA / JUICIOS



ENSEÑANZA



Razones para el cambio

- “La mayoría de los temas que tratamos en clase de matemáticas no conducen a ninguna parte, son temas “muertos” (porque se ignora el POR QUÉ y el PARA QUÉ de su estudio escolar)”. [Gascón, J. Suma, nº 44]
- “La enseñanza de las matemáticas está en crisis porque no se corresponde con los aprendizajes que la sociedad actual demanda” [Goñi, J.M.]

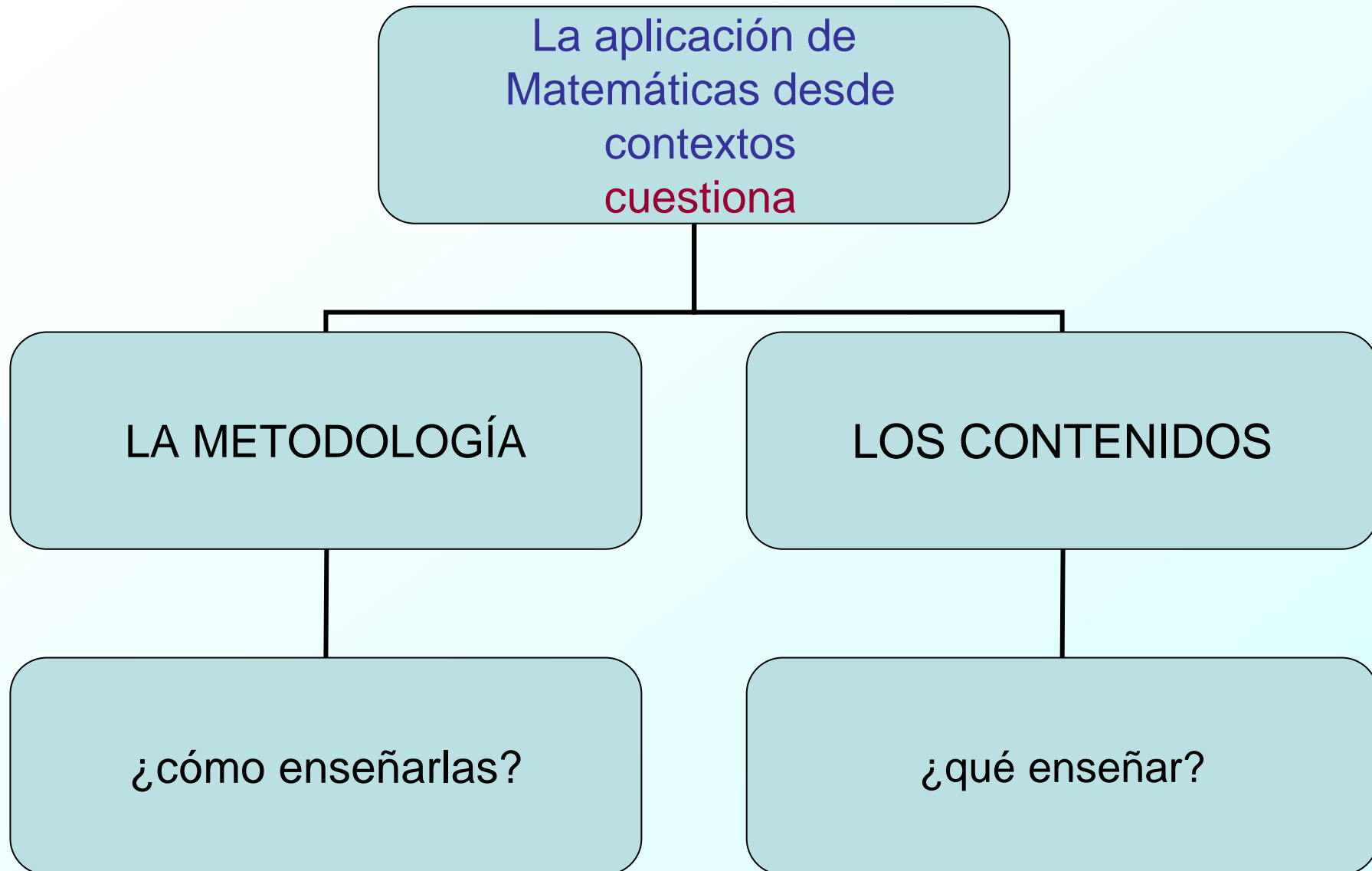
las ventajas

- Establecen un puente mediador entre lo real y el conocimiento matemático
- Implican problemas abiertos de soluciones **inesperadas** y creativas
- Generan curiosidad
- Suscitan necesidad de resolución en el alumnado
- Invitan a “hacer” matemáticas
- Justifican su aprendizaje
- Refinan el sentido común
- Promueven aprendizajes de valor social
- Fomentan la colaboración
- Democratizan las matemáticas
- Hacen de las matemáticas una materia **menos excluyente**, más opinable

los inconvenientes

- No cubren todos los contenidos
- Y la selectividad?
- Difícil secuenciación de los contextos (cómo medir el grado de dificultad?)
- Difícil evaluación
- Falta de coordinación en el departamento
- Vencer las inercias (del sistema, de los profesores, de los alumnos, de los padres)
- Los alumnos no entienden los textos, no son autónomos

Las consecuencias



Grados de aplicación I

NULO

- Definición
- Teorema
- Ejemplos
- Ejercicios y problemas

Esto son matemáticas, chaval. No te preocupes si no las entiendes, no todo el mundo puede

Los libros de texto antiguos (1970) y las clases de matemáticas de la Universidad actual

Contenido matemático bourbakiano. Algunos problemas contienen contextos

Grados de aplicación II

TIBIO

- Resuelve a tu aire
- Desarrollo del tema estanco
- Ejercicios y problemas
- Problemas para pensar

Mira, chico, en las cosas hay matemáticas. Aprende TODAS las matemáticas y verás cómo te servirán algún día (para aprobar exámenes y para resolver algunos problemas cotidianos o profesionales)

La mayoría de los libros de texto actuales

Los contenidos se secuencian de manera objetiva, exhaustiva y ordenada, con grado de dificultad progresivo, evaluando cada fase del aprendizaje, afrontando conceptos desconocidos de manera helicoidal

Grados de aplicación III

RADICAL

- Exponer el contexto
- Enunciar el problema
- No generalizar
- No abstraer

*Así son las cosas, chica.
Prueba a ver si sabes
resolver el problema*

*El hombre que calculaba de Malba Tahan, alias
de Júlio César de Mello Souza
Inspiración, Paradojas, Ajá!*, de Martin Gardner*

Una propuesta a quema
ropa, en un contexto claro,
que exige una solución

Grados de aplicación y IV

GRADUAL

- Exponer el contexto
- Enunciar el (los) problema(s)
- Resolver (con bagaje matemático o no)
- Analizar los resultados. Generalizar
- Abstraer
- Llegar a resultados del ámbito del conocimiento matemático

Observa la cuestión, chico. Prueba a ver si sabes resolver el problema. ¿No te sale? ¿Qué matemáticas necesitas para resolverlo?

www.catedu.es/calendas

Comprometer al alumno en la labor de hacer matemáticas, provocarlo para que se implique en la construcción de soluciones de problemas planteados desde un ámbito cercano, cotidiano o sugerente, que suscite curiosidad

... <http://www.catedu.es/calendas/>

EL PAÍS, domingo 20 de diciembre de 2009

En la enseñanza, el poder pedagógico de la televisión se enfrenta a la debilidad de unas instituciones ya machacadas por las ocurrencias de Gobiernos sucesivos, la más destructiva de las cuales es la que prescribe que los contenidos de enseñanza sean aproximados a la condición y a las circunstancias personales del alumno, a lo que le sea más cercano y familiar: su pueblo, su comarca, sus costumbres... ¡Muy mal! Es el sujeto el que tiene que salir al encuentro del objeto, pues sólo en la separación y en el distanciamiento respecto de lo propio se experimenta el mundo como dueño de sí mismo y el objeto del conocimiento como ajeno, desobediente, inapropiable.

Jamás debió allanarse la separación entre la casa y el colegio, pues esa distancia podría hasta valer como figura del camino de todo conocer.



Rafael Sánchez
Ferlosio

En contra...



Hemos llegado a la conclusión de que las matemáticas triviales son, en su conjunto, útiles, y que las matemáticas auténticas no; que las matemáticas triviales hacen, en cierto sentido “el bien”, mientras que las auténticas no.

[...] porque las matemáticas son, entre todas las artes y ciencias, la más austera y la más distante [...]

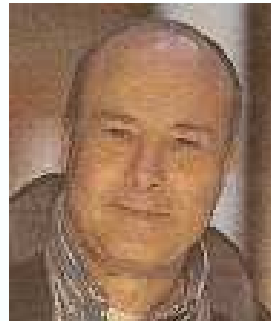
Apología de un matemático

G. H. Hardy

A favor...

**Anton
Aubanell**

Responsable del
Centre de Recursos
per Ensenyar
i Aprenre
Matemàtiques.



«Hay que enseñar la relación de
las matemáticas con la vida real»

-No se han de enseñar de forma
mecánica y hay que huir de la tra-
dición académica basada en pro-
blemas abstractos. Es necesario
adaptar la educación a los proble-
mas reales. Hay que situarlas en un
contexto y mejorar su aplicación
práctica.

Martin Van Reeuwijk,
investigador y educador.
Instituto Fredenthal,
Universidad de Utrecht

“Existen varias razones por las que
consideramos importante el uso de
contextos. En primer lugar, pueden
motivar a los alumnos. Asimismo, pueden
ayudarnos a comprender por qué las
matemáticas son útiles y necesarias”

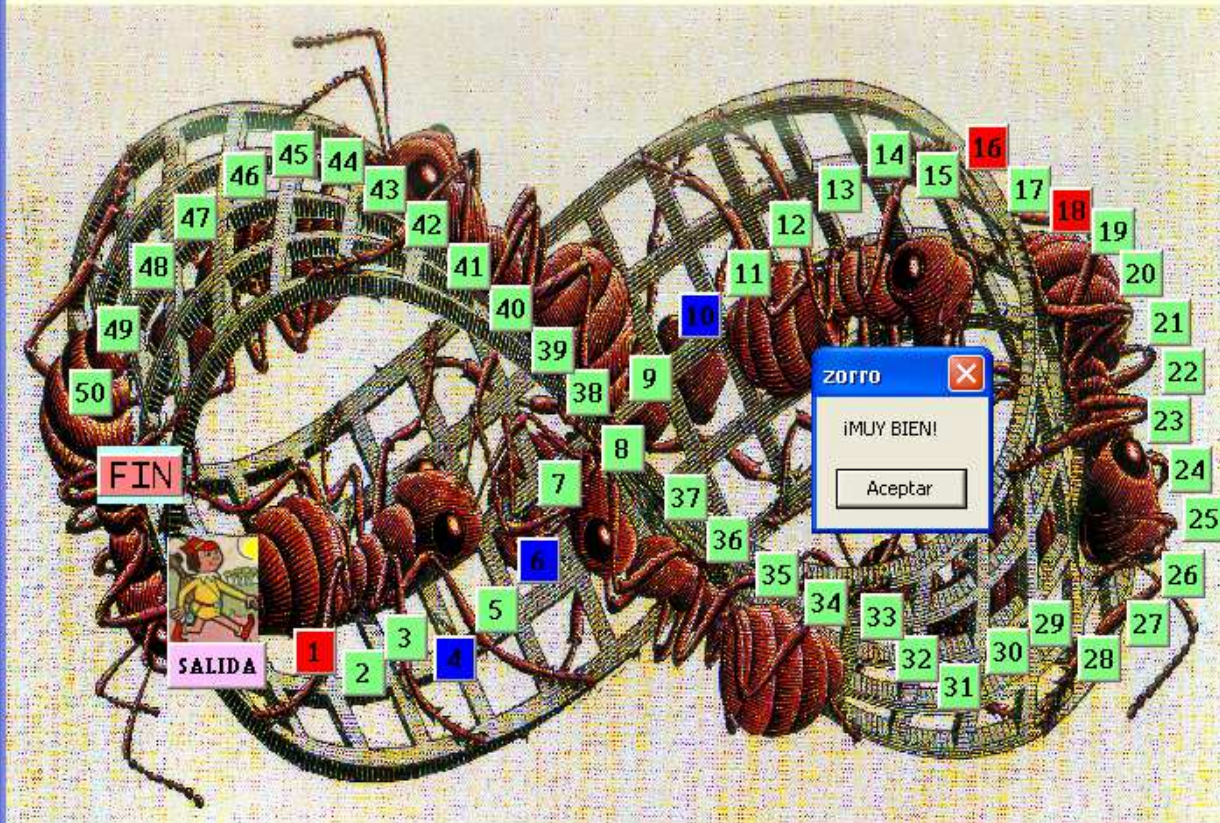
TURNO

TIRA EL DADO

5

Matemático árabe del s. IX. Su nombre es la etimología de algoritmo. En una de sus obras nace la palabra álgebra ("restauración")

B



- al-Battâni
- al-Biruni
- Albuzjani
- al-Khowârizmî

Mohammed ibn Musa al-Khowârizmî (780-850). Este astrónomo bagdali es el autor de la famosa Al-jabr w'almuqâbala, dedicada a la resolución de ecuaciones.

ESTADÍSTICA

A

71 %

B

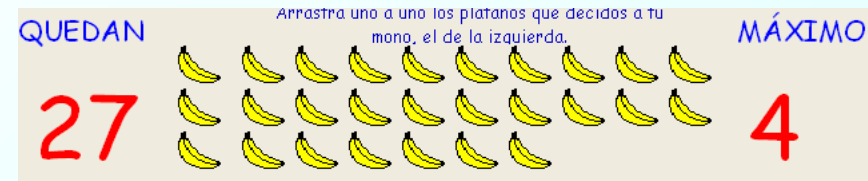
60 %

Moebius



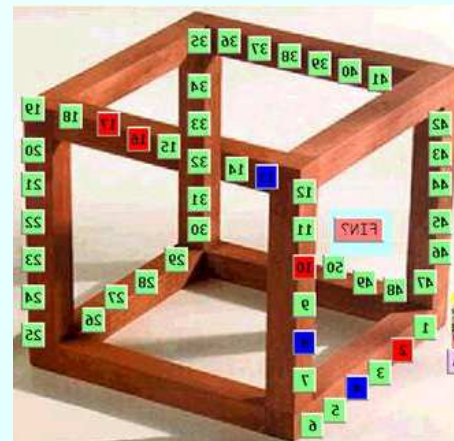
El juego como contexto

De estrategia, de azar - estrategia



De adivinación

De conocimientos matemáticos

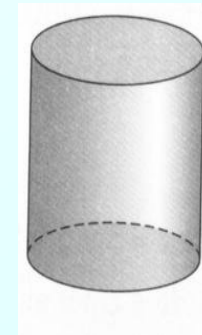
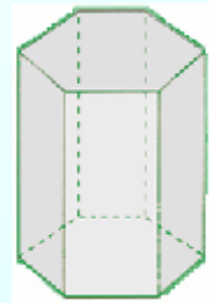
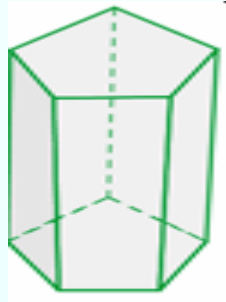
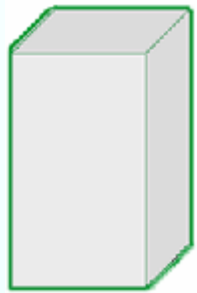
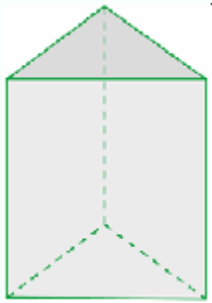


Contextos . . .

- Estimación de distancias
- Compras y descuentos
- Orientación
- Consumo
- Ahorro de combustible
- Diseño de volúmenes económicos
- Estimación de áreas y volúmenes
- Mermeladas
- Interpretación de gráficas reales
- Apuestas
- Antenas, hornos parabólicos. Faros
- Formas artísticas
- Herencia biológica
- Medidas de ruedas
- Ruidos. Terremotos
- Calorías consumidas, gastadas
- Composición de alimentos
- Rutas matemáticas
- Personajes matemáticos
- Pendientes
- La medida del castillo
- Elaboración de encuestas
- Interpretación de estadísticas
- Ganar juegos con estrategia
- Vehículos
- Juegos de lógica
- Cambio de moneda
- Producción, venta y ganancia
- Planteros de tomates
- Fabricación de estanterías
- Distribución de tareas
- Criptografía
- Simetrías en cuerpos reales
- Baldosas, mosaicos
- Juegos con truco
- Mareas
- Eclipses
- La zona azul
- Sombras
- Salarios
- Organización de torneos
- Deportes...
- Presupuestos
- Medida de distancias, áreas y volúmenes concretos
- Escalas de planos, casas...
- Búsqueda de puntos óptimos
- Tráfico ([tasas de alcoholemia](#), tiempo de frenada,...)
- Distancias corporales
- Panales
- El reloj de la bici
- Predicciones meteorológicas
- La línea del tiempo
- La pobreza en el mundo
- Matrículas de coches
- Encuestas reales

OPTIMIZACIÓN

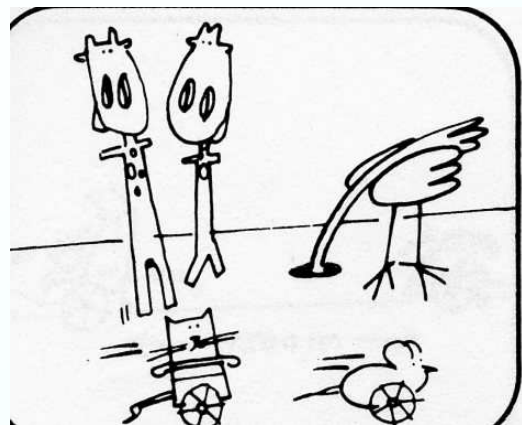
Con una cartulina rectangular de dimensiones 30 cm por 15 cm construir prismas de base triangular, cuadrada, pentagonal, hexagonal. Y un cilindro. Compara los volúmenes. ¿Cuál es el mayor?



<http://catedu.es/calendas/0masconmenos.htm>

contextos

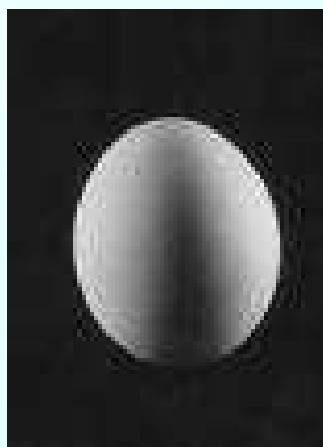
globales



en la granja



crec
er



la forma

... del Libro de estilo del País

- Los números quebrados se escriben siempre con todas sus letras, salvo en las tablas o cuadros estadísticos. Ejemplos: ‘dos tercios’, ‘tres quintos’, ‘un octavo’.
- Las fracciones de hora se separan con punto (sistema sexagesimal), y no con coma (sistema decimal). Lo correcto es escribir ‘a las 17.30’, y no ‘a las 17,30’10.22.
- Debe evitarse expresar cantidades de peso, longitud, superficie o volumen en cifras inferiores a la unidad, sea cual fuere ésta. Se prefiere escribir ‘nueve milímetros’ a ‘0,9 centímetros’. Otra cosa es que la cantidad contenga una fracción. Por ejemplo, ‘11,200 kilogramos’.
- Salvo en tablas o cuadros, o en artículos especializados, nunca deben emplearse símbolos químicos o fórmulas matemáticas.

FRACCIONES?

A) LECHE " LA VACA TRISTE "

- 1 1/2 l0,99 euros
- 1 l.....0,68 euros
- paquete de 5 ls.....3,25 euros

En un taller han arreglado en una semana 70 coches. Dos séptimos de los coches tenían estropeados los frenos, tres quintos de los coches tenían rayada la pintura y el resto tenía alguna luna rota. ¿Cuántos coches tenían alguna luna rota?

B) CERVEZA " EL LEÓN "

- 4 bot 1/3.....1,69 euros
- 6 bot 25 cl.....2,06 euros

Pedro tiene varias cajas con 6 vasos de cristal en cada una. Se le ha caído una caja y se han roto los vasos que había en ella. ¿Cuántos vasos le quedan si se han roto 1/9 del total?

Calcular :

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{17}{5} \right) : \frac{12}{5}$$





Mates en la Vila

I.E.S. Matarraña, Valderrobres (Teruel, España)

INICIO

[quiénes somos](#)

[de dónde somos](#)

[la guía](#)

[la ruta en vivo](#)

[las soluciones](#)

[reflexiones](#)



La visita al pueblo viejo de Valderrobres merece la pena desde muchos puntos de vista.

Perdersse por sus calles empinadas, admirar el paisaje desde el castillo solemne, evocar a sus difuntos moradores, desafiar la mirada insolente de las gárgolas silenciosas de la iglesia, sacudirse el estrés en la quietud del Calvario.

Aquí te proponemos disfrutar de la Vila también con otros ojos: con los ojos de las Matemáticas.

Así que, ámate, ponte las gafas de Mates y goza en la Vila,... dándole al tarro.

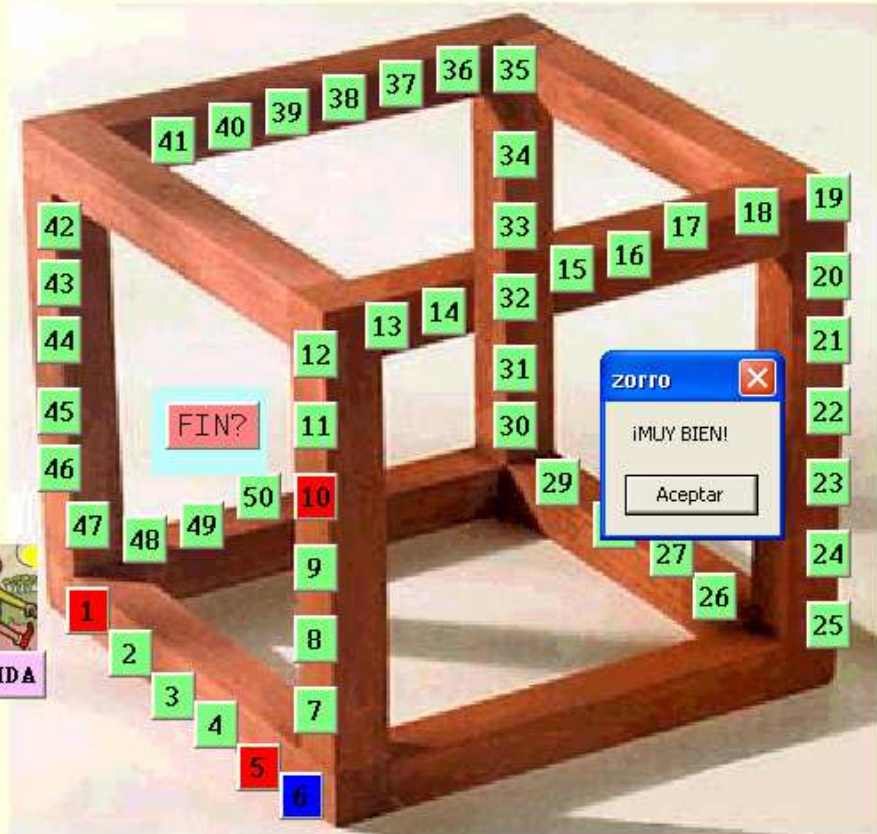
TURNO

TIRA EL DADO

4

La curva que describe un planeta alrededor del Sol es una..

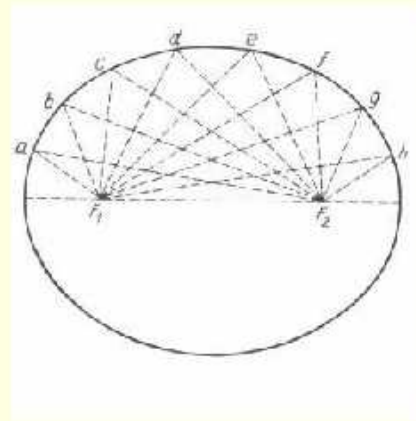
B



zorro
 ¡MUY BIEN!
 Aceptar

- circunferencia
- elipse
- parábola
- Ninguna de las anteriores

La que surge del corte de un plano con un cono con ángulo inclinado y menor al de cualquier generatriz.



ESTADÍSTICA

A

75 %

B

50 %

Juego del BUOC

volver

Media ponderada. [Mezclas]



	A	B	C	D
n° espárragos	60	43	28	25
longitud media	13 cm	12,5 cm	17,3 cm	9,7 cm
total espárragos	156			
longitud media ponderada	13,11 cm			

Economía. Optimización con restricciones

Parámetros de Solver ✖

Celda objetivo: 

Valor de la celda objetivo:

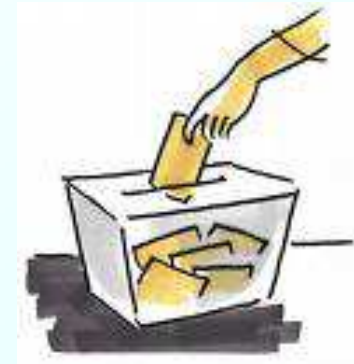
Máximo Mínimo Valores de:

Cambiando las celdas



Sujetas a las siguientes restricciones:

Ciencias Sociales. Ley D'Hondt



ELECCIONES EN VALDERROBRES

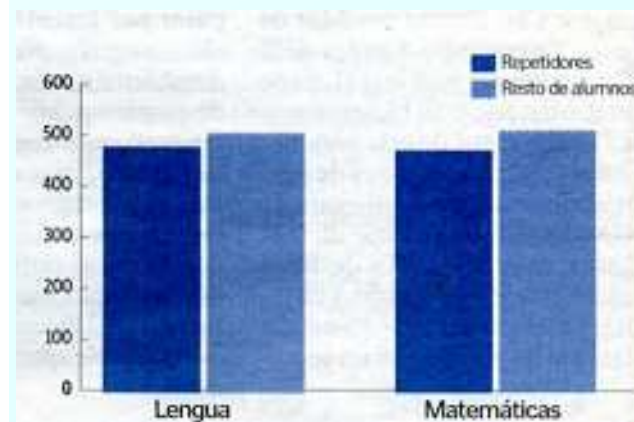
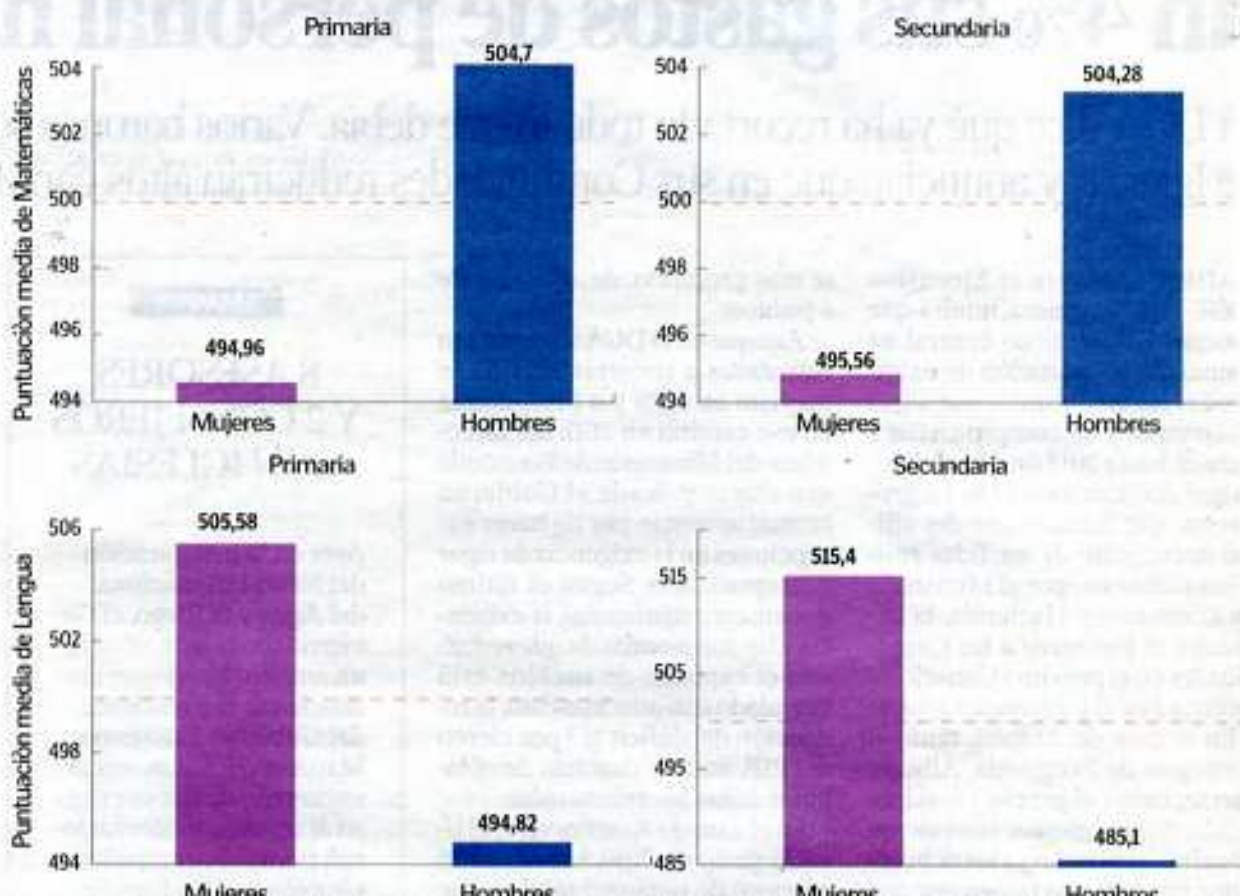
			1	2	3	4	5
<u>Partido</u>	<u>Nº votos</u>	<u>Escaños</u>	<u>Div :1</u>	<u>Div :2</u>	<u>Div :3</u>	<u>Div :4</u>	<u>Div :5</u>
PAR	421	4	421	211	140	105	84
PP	377	3	377	189	126	94	75
PSOE	232	2	232	116	77	58	46
CHA	97	0	97	49	32	24	19
Total votos	1127						
	Tot. escaños	9					

Las chicas son mejores que los chicos en Lengua, pero ellos ganan en Matemáticas

La DGA publica el resultado de la evaluación que hizo el curso pasado a los alumnos de 4º de Primaria y 2º de ESO, pero habrá que esperar tres años para tener datos comparados



Diferencias por sexos



Alerta por la caída de la población de gorriones

Las palomas y la limpieza de las calles desplazan al ave más numerosa

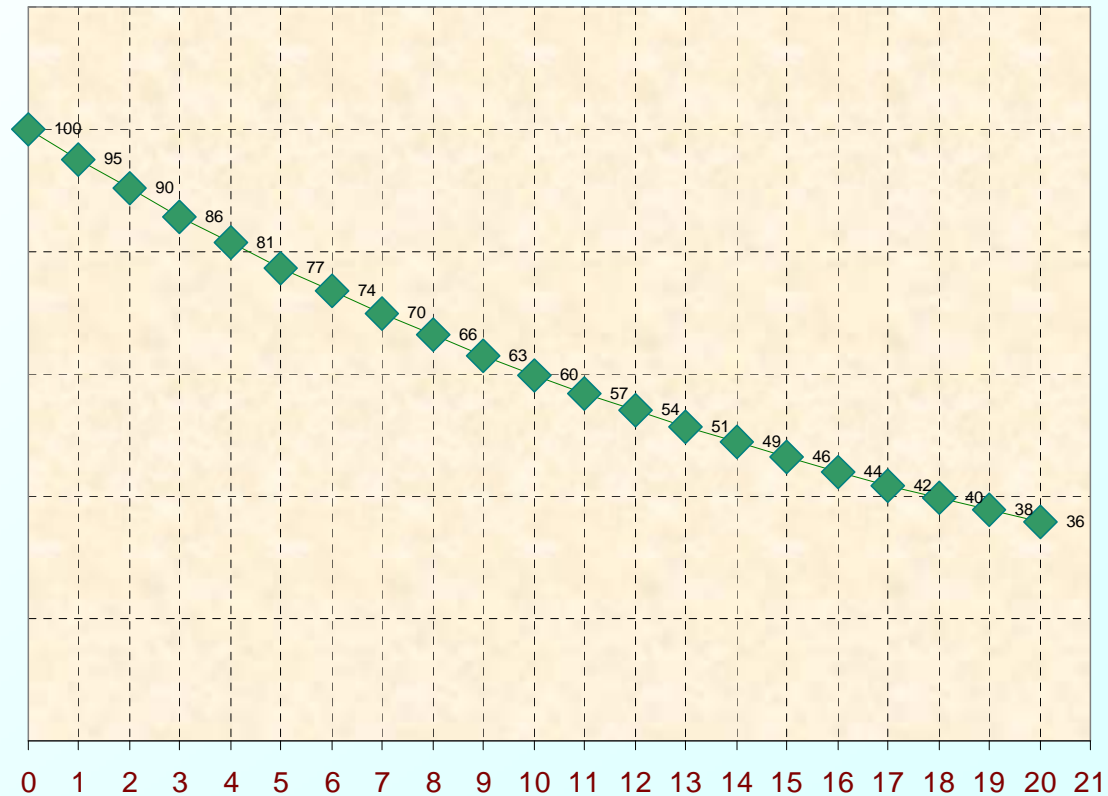
[...]

El Institut Català d'Ornitologia también ofrece cifras reveladoras sobre Barcelona. Javier Quesada, responsable de Investigación, afirma que

"la población ha descendido un 5% anual entre 2002 y 2008; de seguir así, se reduciría a la mitad en unos 20 años". Son datos parciales,[...]

(El País)

$$0,95^{20} = 0,36$$



Cinco países europeos recomiendan a sus sanitarios estudiar cálculo

ISABEL FERRER - La Haya

EL PAÍS - Sociedad - 17-11-2008

Un bebé diabético de cuatro kilos recibe una dosis de insulina inferior a la de un adulto con la misma enfermedad y que pese 78. Este principio teórico parece elemental, pero a la hora de preparar las inyecciones, la cosa puede complicarse. Tanto, que **hasta un 45% de los fallos hospitalarios tienen que ver, al menos en Holanda, con un cálculo erróneo de los medicamentos administrados por médicos y enfermeras**. Viendo que la situación no mejoraba, el Hospital Universitario de Ámsterdam, uno de los mayores del país, ha puesto en marcha un curso obligatorio de matemáticas, por ordenador, para ambos colectivos. Al estudio se han apuntado 10 centros nacionales. Alemania, Bélgica, Suiza y Austria también lo siguen.

De unas cinco horas de duración, con una prueba inicial para establecer los conocimientos del alumno, así como otro examen final, con nota, el curso presenta casos prácticos, incluye 300 preguntas que abarcan desde **las unidades de medida de los manómetros (que sirven para calcular la presión), a descifrar los análisis de un paciente**. El cursillo completo puede seguirse en casa, pero hay que repetirlo hasta acertar todas las preguntas. Las respuestas figuran en el propio programa y aparecen una vez completado cada caso. El Hospital Universitario de Ámsterdam ha inscrito ya a 1.600 enfermeras y 200 estudiantes de enfermería, así como a 300 alumnos de medicina y médicos en prácticas.

Dosis correcta

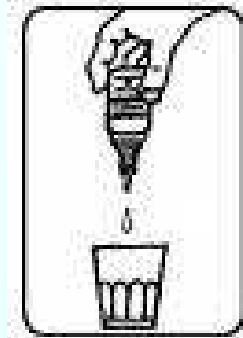
Los protocolos de este centro exigen a un colega de la enfermera o médico responsable de una dosis medicinal, que compruebe si es la correcta antes de dársela al enfermo. "Aún así, un estudio efectuado en Maastricht (al sur del país) ha revelado que un 40% de los encargados de revisar las tomas en los centros médicos nacionales tampoco sabe calcularlas bien. Es una muestra del descenso de la calidad de la enseñanza. No se aprende a calcular como antes", según Peter Simons, director del departamento de enfermería del hospital, quien añade que los compuestos actuales son muy precisos y algo complicados.

"No hablamos sólo de niños y adultos. El peso y otros factores, como el resto de medicinas recetadas, condicionan los miligramos. Por eso, si se ignora la operación apropiada para obtener la dosis adecuada, tampoco sirve de nada utilizar una calculadora", reflexiona.

Los equipos de atención primaria San Andrés II y III denuncian que AP-Madrid, la aplicación informática que Sanidad está instalando progresivamente en los centros, está "interfiriendo en la atención diaria a los pacientes".

El programa, que permite consultar una historia clínica desde cualquier centro, "puede ocasionar graves problemas de praxis médica", alertan. Ponen como ejemplo

"la obligatoriedad de transcribir posologías que no son reales" [...]



Una determinada enfermedad es padecida por una de cada mil personas.



Existe una prueba para diagnosticar la enfermedad que da falsos positivos en un cinco por ciento de los casos y ningún falso negativo.

Si alguien se hace la prueba y resulta positiva, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?

	Enf	no Enf	
Pos	1	50	51
no Pos	0	949	949
	1	999	1000

La mayoría de la gente contesta que la probabilidad es del 95 por ciento. Esto fue lo que contestó la mitad del personal médico de un gran hospital de Estados Unidos. (Sólo 1/5 acertó)

$$p(\text{Enf} / \text{Pos}) =$$

$$1 / 51 \approx 0,02 \quad 2\%$$

Generalización

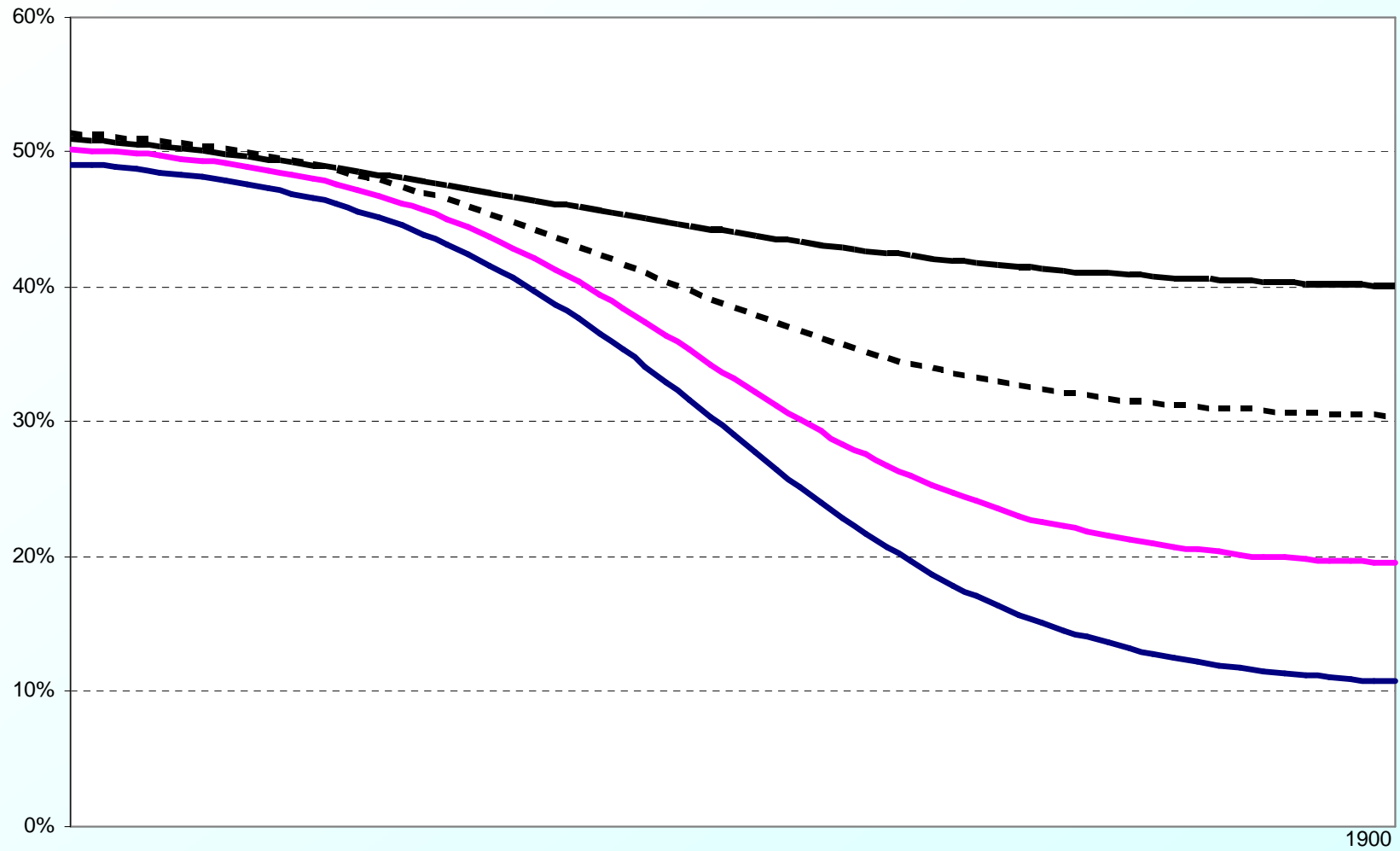
Economía. Oferta / demanda



Economía. Logística

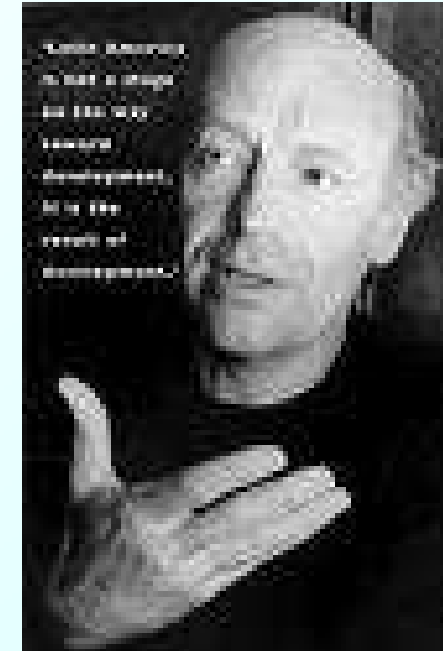


Evolución superficie comunal



Ajuste

*“ Yo fui un pésimo estudiante de **Matemáticas**. Las clases de **Matemáticas** eran como visitas al Museo de Cera o a la Región de los Muertos. [...] Nos enseñaban el tiempo pasado [...] no para hacer **Matemática**, que ya estaba hecha, sino para aceptarla. La pobre **Matemática** había dejado de respirar, traicionada en los textos académicos [...]”*



*Variación de “**Memoria del fuego**”, Eduardo Galeano*

Racismo

- BLANCOS [87% de USA] racistas (hipótesis): 10% de blancos
- NEGROS [13% de USA] racistas (hipótesis): 10% de negros

Clase de 25 personas

Probabilidad de que se encuentre allí, al menos, a un racista negro:

$$1-(1-0.13 \times 0.10)^{25}$$

27.9 %

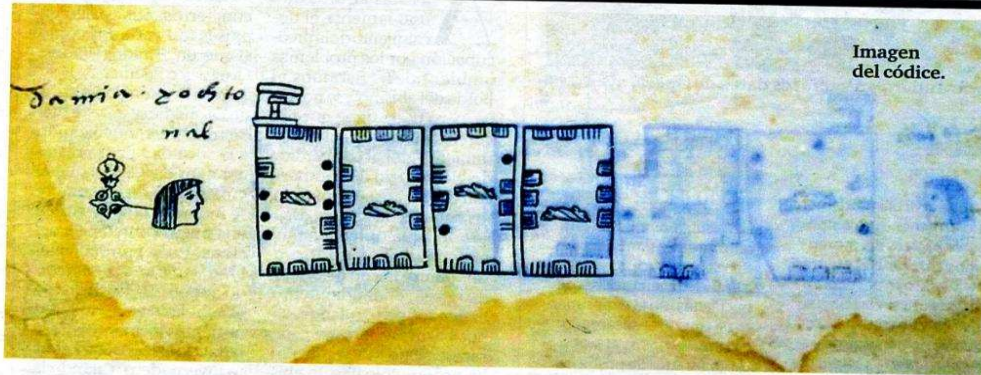
Probabilidad de que se encuentre allí, al menos, a un racista blanco:

$$1-(1-0.87 \times 0.10)^{25}$$

89.7 %



MEDIR UN CAMPO un verdadero contexto



Investigadores de México y EEUU desvelan los secretos del 'Códice Vergara'

Matemáticas aztecas para ahorrar

Público en MEXICO DF
Reportaje
MARÍA JOSEP SISCAR

Gonzalo de Salazar era el señor de Tepetlaoztoc, un municipio azteca de los alrededores de la capital de la Nueva España. El conquistador exigía unos impuestos desorbitados a los aztecas que poblaban aquellas tierras pero, para renegociar los tributos, los oriundos elaboraron un censo detallado sobre la composición de sus familias y sus tierras de cultivo entre 1540 y 1544, que fue validado por el juez, Pedro Vázquez de Vergara.

Ese censo se recoge en el *Códice Vergara*, uno de los pocos manuscritos prehispánicos que sobrevivieron al fuego de los conquistadores. Ahora, un equipo del Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y Sistemas de la Universidad Autónoma Nacional de México (UNAM), junto a otro de la Universidad de Wisconsin

(EEUU) han descifrado este registro de pintura en tela. El censo y catastro de Tepetlaoztoc recoge, a través de minuciosos glifos, cómo era la casa familiar, el rango de edad del padre, la madre y los hijos y su posición social. Y además, mapea los terrenos que pertenecían a cada familia y el tipo de suelo de cada uno, para poder calcular así cuánto podían cultivar y, por tanto, cuántos impuestos podían pagar.

“Para ellos fue importante porque pudieron demostrar al juez Vergara que les estaban cobrando de más, pero para nosotros es uno de los pocos documentos con información de las matemáticas aztecas”, explica Clara Garza, matemática que ha participado en la investigación.

En los glifos se descubre que este pueblo prehispánico tenía un sistema de medidas homogeneizado, basado en el tlahcuahuil, una unidad que equivale aproximadamente a 2,5 metros, con sus respectivas fracciones: una mano representa 1,5 metros; una flecha, 1,25 metros; un corazón, un metro; un brazo, cerca de 0,83 metros, y un hueso, 0,5. Además, eran capaces de calcular

El censo de los indígenas fue validado por el juez Vergara

El margen de error entre el área real y la estimación indígena era de un 10%

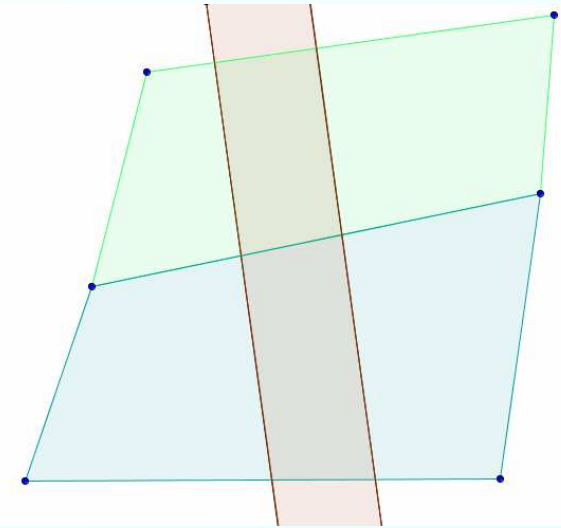
áreas, que expresaban en tlahcuahuils cuadrados, aunque no hay evidencias de que tuvieran formas de determinar los ángulos. “Es fascinante que entendieran el concepto abstracto de un área y supieran calcularlo sin saber de trigonometría”, subraya Garza.

Pero así se muestra en el códice, donde se mapean 367 parcelas. Los detalles de los planos, ríos, caminos y colinas facilitaron el trabajo a los investigadores, que pudieron identificar parte del territorio censado, unas 38 parcelas, con un municipio actual. En esta comparación, se calculó que el margen de error entre el área real y la estimación azteca era de un 10%. El hallazgo

también permitió ver que los terrenos eran relativamente planos, porque en la proyección azteca no hay señas de que tomaran en cuenta el relieve del terreno. Las incógnitas quedan abiertas, pero para Garza el resultado conlleva que “necesariamente” tenían una fórmula para calcular las áreas y recuerda que “sin registrar el ángulo o las diagonales de los polígonos nosotros no podemos determinar el área”, explica Garza.

Una de las hipótesis es que usaran la regla del agrimensor, porque “en muchos casos se cumple esta medida”. Este viejo truco consiste en promediar las longitudes de los lados opuestos de un cuadrilátero y luego multiplicarlas, pero siempre daría la superficie máxima que podía tener este polígono. “Sería normal, porque para cultivar son mejores los terrenos de ángulos grandes, no convienen los angostos”, añade Garza.

La UNAM está preparando una edición limitada del *Códice Vergara* donde se reproducirán, página a página, los pictogramas del catastro de Tepetlaoztoc. *



42

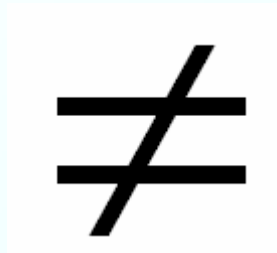
1. archi... Morris Kline

área del círculo, sorprendentemente bueno, usa la fórmula $A = (8d/9)^2$ donde d es el diámetro, lo que supone utilizar 3,1605 como valor de π .

Un ejemplo puede ilustrarnos bien la «exactitud» de las fórmulas egipcias para áreas. En los muros de un templo de Edfu aparece una lista de campos, presumiblemente regalos al templo; estos campos solían tener cuatro lados, que representaremos por a, b, c, d , donde a, b y c, d son las parejas de lados opuestos. Las inscripciones dan las áreas de estos campos siguiendo la regla $\frac{(a+b)}{2} \cdot \frac{(c+d)}{2}$. Pero algunos campos son triangulares y en ese caso se dice que d es nada y el cálculo se transforma en el de $\frac{(a+b)}{2} \cdot \frac{c}{2}$. Incluso para cuadriláteros constituye esta regla una aproximación muy grosera.

Los egipcios también tenían...

1,71 minutos



2 minutos

y

11 segundos



$(0,99/3) \times 2 = 0,66$ euros / litro



0,68 euros / litro



$3,25/5 = 0,65$ euros / litro

A) LECHE " LA VACA TRISTE "
 1 1/2 l0,99 euros
 1 l.....0,68 euros
 paquete de 5 ls.....3,25 euros

B) CERVEZA " EL LEÓN "

4 bot 1/3.....1,69 euros

6 bot 25 cl.....2,06 euros



$(1,69/4) \times 3 = 1,27$ euros / litro



$(2,06/3) \times 2 = 1,37$ euros / litro



Hay 24 porciones (24 tercios) para un trayecto de 8 jornadas: cada uno come 8 trozos



A pone 15 trozos (5 panesx3)

B pone 9 trozos (3 panesx3)

C no pone nada

A regala 7 trozos

B regala 1 trozo

C da 8 monedas

A debe recibir 7 monedas y B 1 moneda