



CONCURSO PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS DE LA RIOJA

25 AÑOS:

1999 - 2023



Parte 4: nivel 4



A prima. Sociedad Riojana de Profesores de Matemáticas.

Este documento pretende ser simplemente la recopilación de 25 años de historia del Concurso de Primavera de Matemáticas de La Rioja así como un homenaje a todos aquellos y aquellas que lo han hecho posible.

Javier Galarreta

Índice:

I Concurso Primavera.	1999	1
II Concurso Primavera.	2000	6
III Concurso Primavera.	2001	11
IV Concurso Primavera.	2002	16
V Concurso Primavera.	2003	21
VI Concurso Primavera.	2004	26
VII Concurso Primavera.	2005	31
VIII Concurso Primavera.	2006	36
IX Concurso Primavera.	2007	41
X Concurso Primavera.	2008	46
XI Concurso Primavera.	2009	51
XII Concurso Primavera.	2010	56
XIII Concurso Primavera.	2011	61
XIV Concurso Primavera.	2012	66
XV Concurso Primavera.	2013	71
XVI Concurso Primavera.	2014	76
XVII Concurso Primavera.	2015	81
XVIII Concurso Primavera.	2016	86
XIX Concurso Primavera.	2017	91
XX Concurso Primavera.	2018	96
XXI Concurso Primavera.	2019	101
XXII Concurso Primavera.	2020	106
XXIII Concurso Primavera.	2021	109
XXIV Concurso Primavera.	2022	112
XXV Concurso Primavera.	2023	117

I CONCURSO DE PRIMAVERA. 1999. 1ª FASE
PRUEBA Nº 4

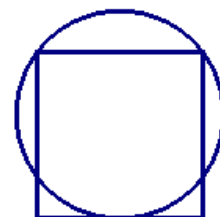
1. (0076) $2^{2^3} : (2^2)^3$ es igual a:
 A) 0 B) $\frac{1}{4}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 4
2. (0077) ¿Cuántas cifras tiene el producto $5^{17} \times 4^9$?
 A) 7 B) 10 C) 17 D) 18 E) 26
3. (0078) ¿Cuánto vale $\frac{1001^2 - 99^2}{101^2 - 99^2}$?
 A) 1 B) 10 C) 20 D) 40 E) 100
4. (0079) Si dividimos el segmento de extremos $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{3}$ en tres partes iguales, el número que corresponde al punto más próximo a $\frac{1}{4}$ es:
 A) $\frac{13}{24}$ B) $\frac{7}{18}$ C) $\frac{29}{36}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{1}{3}$
5. (0080) ¿Cuánto vale $2^{\log_a a^5}$?
 A) $2a^5$ B) 2^{a^5} C) 5^a D) 2^5 E) 5^2
6. (0081) Si aumentamos en un 20% tanto el largo como el ancho de un rectángulo, ¿cuál es el porcentaje de incremento del área?
 A) 40 B) 144 C) 44 D) 400 E) 20
7. (0082) A una persona le suben sucesivamente el sueldo en un 20%, 25% y 55%. ¿Cuál es el porcentaje de subida sobre el sueldo original?
 A) $33,\bar{3}$ B) 27 C) 132,5 D) 135 E) 225,5
8. (0083) ¿Cuál es la mayor potencia de 2 que divide a 1000000?
 A) 2^3 B) 2^4 C) 2^5 D) 2^6 E) 2^8
9. (0084) El último dígito del producto $3^{11} \times 4^{13}$ es:
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 0
10. (0085) Recuerda que $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$. ¿Cuál es el m.c.m. de A y B si $A = 10! \cdot 18!$ y $B = 12! \cdot 17!$?
 A) $\frac{18! \cdot 12!}{6!}$ B) $18! \cdot 17!$ C) $\frac{12! \cdot 18!}{3!}$ D) $12! \cdot 18!$ E) $\frac{18! \cdot 17!}{6!}$

11. (0086) La expresión $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ es igual a:
- A) $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$ B) $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$ C) $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$
 D) $\frac{2k}{3}(k+1)(k+2)$ E) $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$
12. (0087) La solución de la ecuación $\frac{1}{x-5} = 0,01$ es:
- A) - 4,99 B) 5,01 C) 15 D) 95 E) 105
13. (0088) Dos velas son de diferente longitud y grosor. La más larga dura 7 horas ardiendo y la más corta 10 horas. Si después de 4 horas ardiendo, las dos velas tienen igual longitud, ¿cuál es el cociente entre las longitudes de ambas?
- A) 7/10 B) 3/5 C) 4/7 D) 5/7 E) 2/3
14. (0089) Si $p = q\left(r - \frac{1}{s}\right)$, s es igual a:
- A) $\frac{p}{q} - r$ B) $\frac{q}{qr - p}$ C) $\frac{q}{p - qr}$ D) $\frac{q}{r - p}$ E) $\frac{1}{qr - p}$
15. (0090) Si la suma de dos números positivos p y q es n y la suma de sus inversos es m , entonces $(p-q)^2$ es igual a:
- A) n^2 B) $n^2 - m$ C) $\frac{n^2 - m}{n}$ D) $\frac{mn^2 - 4n}{m}$ E) $n^2 - 4mn$
16. (0091) Si una solución de la ecuación $x^3 - 7x + 6 = 0$ es $x = 1$, la suma de las otras dos es:
- A) 5 B) - 1 C) 6 D) - 8 E) - 7
17. (0092) Si $6^{x+y} = 36$ y $6^{x+5y} = 216$, x es igual a:
- A) 1/4 B) 3/4 C) 5/4 D) 3/2 E) 7/4
18. (0093) Pedro piensa en 3 números y te dice que si los sumas por parejas, obtienes 38, 44 y 52. ¿Cuál es el mayor de los tres?
- A) 31 B) 28 C) 24 D) 29 E) 27
19. (0094) Si $xy = 7$, ¿cuánto vale $\frac{2^{(x+y)^2}}{2^{(x-y)^2}}$?
- A) 4 B) 2^7 C) 2^{14} D) 2^{28} E) 2^{196}
20. (0095) Si a y b son números reales tales que $0 < a < b$ y $a^2 + b^2 = 6ab$, ¿cuál es el valor de $\frac{a+b}{a-b}$?
- A) $-\sqrt{2}$ B) -1 C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{6}$
21. (0096) Si $f(x) = px^7 + qx^3 + rx - 4$ y $f(-7) = 3$, ¿cuánto vale $f(7)$?
- A) - 11 B) - 3 C) 10 D) 17 E) No se puede determinar.

22. (0097) En el dibujo que ves, el cuadrado tiene dos de sus vértices en la circunferencia y el lado opuesto es tangente a la misma. ¿Cuál es el cociente entre el área del cuadrado y la del círculo?
- A) $\frac{5\pi}{8}$ B) $\frac{64}{25\pi}$ C) $\frac{8}{5\pi}$ D) $\frac{5}{3\pi}$ E) $\frac{25}{9\pi}$
23. (0098) El área de la región del plano determinada por los puntos (x, y) tales que $|2x - 3y| \leq 12$ y $|2x + 3y| \leq 12$ es:
- A) 24 B) 144 C) 72 D) 48 E) 96
24. (0099) Si la recta $y = 2x + 3$ se refleja sobre la $y = x + 1$, la ecuación de la recta reflejada es:
- A) $2x - y = 0$ B) $x - 2y + 1 = 0$ C) $x - 2y = 0$ D) $x - 2y - 2 = 0$ E) $x - y + 1 = 0$.
25. (0100) ¿Cuántas soluciones reales positivas tiene la ecuación $\operatorname{sen} x = \frac{x}{200}$, estando x expresado en radianes?
- A) 30 B) 31 C) 61 D) 62 E) 63

I CONCURSO DE PRIMAVERA. 1999. 2ª FASE PRUEBA Nº 8

1. (0176) A finales de 1997, la media anual de agua caída en Madrid durante los diez años del periodo 1 Enero 88 - 31 Diciembre 97 fue de 631 mm. Durante 1998. la cantidad de agua caída fue de 450 mm y la media anual en el período 1 Enero 89 - 31 Diciembre 98 fue de 601 mm. ¿Qué cantidad de agua cayó en 1988?
- A) 750 mm B) 616 mm C) 1232 mm D) 30 mm E) 480 mm.
2. (0177) El número de gatos que viven en Gatolandia es un número de 6 cifras, cuadrado perfecto y cubo perfecto. Cuando se mueran 6 de esos gatos, el número de gatos que queden es primo. ¿Cuántos gatos hay en Gatolandia?
- A) 279643 B) 117649 C) 262147 D) 531469 E) 998001
3. (0178) Al escribir 1991 como diferencia de los cuadrados de dos enteros positivos, ambos menores que 100, el valor del más pequeño resulta ser:
- A) 95 B) 96 C) 81 D) 83 E) 85
4. (0179) Los trenes de Madrid a Zaragoza salen cada hora y de Zaragoza a Madrid también cada hora. En cada uno de los dos trayectos tardan 3 horas y 45 minutos. Si coges un tren de Zaragoza a Madrid a las 12 horas, ¿con cuántos trenes Madrid-Zaragoza te vas a cruzar?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
5. (0180) En un cierto examen todas las preguntas tienen igual valor. Si contestas 9 de las 10 primeras correctamente pero solamente los $\frac{3}{10}$ de las restantes, obtienes el 50% de la puntuación total. ¿Cuántas preguntas tiene el examen?
- A) 60 B) 40 C) 20 D) 50 E) 30



6. (0181) Si $P = 1 - \sqrt{\frac{Q}{R}}$, Q es:
- A) $\frac{(P-1)^2}{R}$ B) $R(1-P)^2$ C) $R(1-P^2)$ D) $RP^2 - R$ E) $\frac{1-P^2}{R}$
7. (0182) La solución de la ecuación $\sqrt[3]{n + \sqrt{n^2 + 8}} + \sqrt[3]{n - \sqrt{n^2 + 8}} = 8$ es:
- A) 1 B) -1 C) 232 D) 280 E) Nada de lo anterior
8. (0183) Unos gemelos y unos trillizos suman 150 años. Si permutáramos las edades sumarían 120 años. ¿Cuántos años tiene cada gemelo?
- A) 12 B) 30 C) 42 D) 24 E) 20
9. (0184) Juan trabajó el verano pasado en una finca. Un día tuvo que pesar cuatro sacos de patatas, cada uno de menos de 100 kg. pero la balanza que tenía solamente pesaba cosas de más de 100 kg. Resolvió el problema pesando dos sacos cada vez y obteniendo como resultados 103, 105, 106, 106, 107 y 109 kg. ¿Cuánto pesaba el saco de menos peso?
- A) 50 B) 51 C) 49 D) 52 E) 48
10. (0185) Si $\sqrt[3]{p} = 32$ y $\sqrt{q} = 243$, $\sqrt[5]{pq}$ es igual a:
- A) 72 B) 108 C) 6 D) $\frac{275}{2}$ E) $36\sqrt{6}$
11. (0186) Si $n \neq 0$, la expresión $\sqrt[n]{\frac{20}{2^{2n+4} + 2^{2n+2}}}$ es igual a:
- A) $\frac{\sqrt[n]{5}}{2}$ B) $\frac{4}{n}$ C) $\sqrt[n]{\frac{5}{2}}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{\sqrt[n]{5}}{4}$
12. (0187) Si x es un número real positivo tal que $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 7$, ¿cuánto vale $x^3 + \frac{1}{x^3}$?
- A) $4\sqrt{7}$ B) $7\sqrt{7}$ C) $5\sqrt{7}$ D) $6\sqrt{7}$ E) $10\sqrt{7}$
13. (0188) Si a y b son números positivos, ¿cuál de los siguientes números es el mayor?
- A) $a^2 + b^2$ B) $a \cdot b$ C) $(a + b)^2$ D) $(a - b)^2$ E) $a^2 - b^2$
14. (0189) ¿Cuál es el resto de la división de $1 + x^2 + x^{100}$ entre $x^2 - 1$?
- A) -1 B) 3 C) 1 D) -3 E) 5
15. (0190) ¿Para qué valores de x es $x^2 < |2x - 8|$?
- A) $-2 < x < 4$ B) $0 < x < 2$ C) $-4 < x < 2$ D) $-4 < x < -2$ E) $x > 4$
16. (0191) Algunos de los animales que hay en Madrid están realmente locos. El 10% de los gatos se creen que son perros y el 10% de los perros se creen que son gatos. Todos los demás, perros y gatos, son perfectamente normales. Un día hicimos un test a todos los perros y gatos de Madrid y resultó que el 20% del total se creían que eran gatos. ¿Qué porcentaje del total de gatos y perros de Madrid son realmente gatos?
- A) 12,5 B) 18 C) 20 D) 22 E) 22,5

17. (0192) Un ciclista quiere ir de Madrid a mi pueblo de la Sierra. Por viajes anteriores, sabe que si va a una media de 30 km/h llega a las 4 de la tarde y que si va a 20 km/h de media llega a las 6 de la tarde. Si quiere llegar justamente a las 5 de la tarde, ¿qué media, en km/h, debe alcanzar? (Se supone que siempre sale a la misma hora).

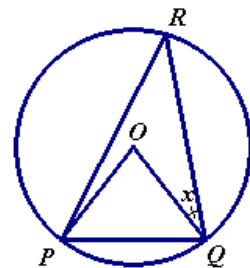
A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

18. (0193) Si la raíz cúbica de abc es 4 y la raíz cuarta de $abcd$ es 2, ¿cuánto vale d ?

A) 25 B) 100 C) 2500 D) 320 E) 5

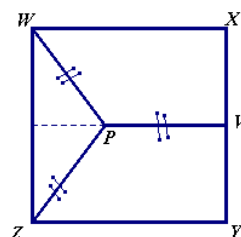
19. (0194) Calcula el valor, en grados, del ángulo x de la figura sabiendo que el ángulo OPR es 5° y el OQP es 40° .

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50



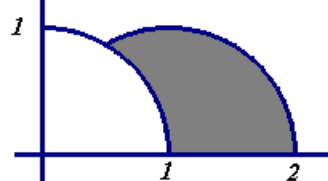
20. (0195) WXYZ es un cuadrado con PV perpendicular a XY. Si $PW = PZ = PV = 10$ cm, el área del cuadrado WXYZ, en cm^2 , es:

A) 225 B) 232 C) 248 D) 256 E) 324



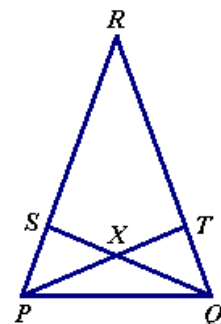
21. (0196) La figura muestra dos trozos de círculos, cada uno de radio 1 y los con centro en el eje de abscisas. ¿Cuál es el área de la region dos sombreada?

A) 1 B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}$



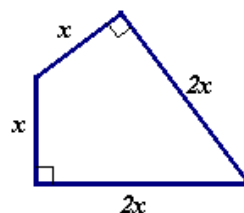
22. (0197) En el triángulo de la figura, $PR = QR = 12\text{cm}$, $RS = RT = 8\text{cm}$ y el área del polígono RSXT es 8 cm^2 . ¿Cuál es, en cm^2 , el área del triángulo PQR?

A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14



23. (0198) En el cuadrilátero de lados x , x , $2x$ y $2x$, y ángulos rectos como se muestra a figura, el ángulo formado por los dos lados mayores es θ . El valor del $\text{sen}\theta$ es:

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{4}{5}$



24. (0199) Al lanzar un dado rojo y otro blanco (las caras numeradas de 1 a 6), ¿cuál es la probabilidad de que el rojo gane al blanco?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

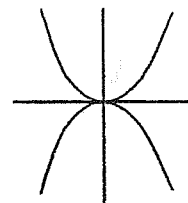
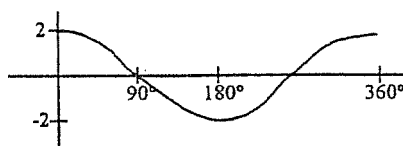
25. (0200) Uno de los dados que utilizaban los romanos para sus juegos tiene 6 caras cuadradas y 8 triangulares, siendo la probabilidad de obtener cada cara cuadrada el doble que la de obtener cada cara triangular. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara triangular?

A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{3}{11}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{2}{5}$

II CONCURSO DE PRIMAVERA. 2000. 1ª FASE
PRUEBA N° 12

1. (0276) Si $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + (-1)^{n-1} n$, con n entero positivo, $S_{1999} + S_{2000}$ es igual a:
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
2. (0277) De los siguientes números, ¿cuál es el que está justamente en medio de $\frac{1}{5}$ y $\frac{13}{25}$?
 A) $\frac{17}{25}$ B) $\frac{7}{15}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{9}{25}$ E) $\frac{8}{25}$
3. (0278) Al hacer cinco nuevas aulas en un colegio, la media de estudiantes por clase se redujo en 6 y al hacer otras 5 nuevas se volvió a reducir, ahora en 4. Si el número de estudiantes permanece constante, ¿cuántos había?
 A) 560 B) 600 C) 650 D) 720 E) 800
4. (0279) ¿Cuántos enteros positivos x verifican que tanto x como $x + 99$ son cuadrados perfectos?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 49 E) 99
5. (0280) La última cifra del número $3^{17} + 7^{13}$ es:
 A) 1 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0
6. (0281) El mayor divisor de 72^3 , distinto del propio 72^3 es:
 A) $2^9 \cdot 3^5$ B) $2^8 \cdot 3^6$ C) $2^8 \cdot 3^5$ D) $2^5 \cdot 3^5$ E) $2^6 \cdot 3^6$
7. (0282) En una carrera de 1 km entre Alicia y Pedro, Pedro sale 48m por delante de la línea de salida y pierde la carrera por 2m. Si cada uno mantiene su velocidad, ¿cuántos metros recorrió Alicia hasta que cogió a Pedro?
 A) 980 B) 930 C) 940 D) 950 E) 960
8. (0283) $\sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}}$ es igual a:
 A) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{13}$
9. (0284) Si α y β son las soluciones de la ecuación $x^3 - \sqrt{531}x + \frac{431}{2} = 0$, entonces α^2 y β^2 es
 A) $\sqrt{531} - 431i$ B) $531 + \frac{431^2}{4}$ C) 100 D) $\sqrt{531}$ E) 531
10. (0285) ¿Cuál es la suma de todas las soluciones distintas de la ecuación $x^2 + 3x + 2 = |x + 1|$?
 A) -4 B) 4 C) 0 D) -1 E) 2
11. (0286) ¿Para qué valores de k , el sistema $\begin{cases} kx - y = 2 \\ x + y = 3 \end{cases}$ tiene una solución (x, y) en la que $x > 0$ e $y > 0$?
 A) $k > -1$ B) $k < \frac{2}{3}$ C) $-1 < k < \frac{2}{3}$ D) $k < -1$ E) $k > \frac{2}{3}$

12. (0287) La media aritmética de n números es k . Si añadimos el número x , la nueva media aumenta en 1. ¿Cuánto vale x ?
- A) $k + n + 1$ B) $k + 1$ C) n D) $k + n$ E) $\frac{n(k+1)}{n+1}$
13. (0288) $2^{n+1} + 2^{n+1}$ es igual a:
- A) 2^{n+2} B) 2^{2n+2} C) 4^{2n+2} D) 4^{2n+1} E) 2^{n^2+2n+1}
14. (0289) La gráfica de $y = 3x^2 - kx + 2$ es simétrica respecto de la recta $x = \frac{1}{2}$. ¿Cuál es el mínimo valor que toma y ?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{11}{2}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{4}$
15. (0290) $\frac{1}{ab+b^2} + \frac{1}{a^2+ab}$ es igual a:
- A) $\frac{1}{ab}$ B) $\frac{1}{a^2+b^2}$ C) $\frac{a^2+b^2}{ab}$ D) $\frac{a+b}{ab}$ E) $\frac{2}{a^2+2ab+b^2}$
16. (0291) Si $f(x) = \frac{1}{1+x}$, entonces $f(f(x))$ es igual a:
- A) $\frac{1}{(1+x)^2}$ B) $\frac{1+x}{2+x}$ C) 1 D) $\frac{1}{2+x}$ E) $\frac{2+x}{1+x}$
17. (0292) Si $f(x) = 10x$ y $f(g(x)) = -5x$, $g(x)$ es igual a:
- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{x}{2}$ C) $-\frac{x}{10}$ D) $-\frac{1}{10}$ E) $-2x$
18. (0293) La gráfica de la figura corresponde a la función
- A) $y = 2\sin(x)$ B) $y = 2\cos(x)$ C) $y = \sin(2x)$
D) $y = \sin(x/2)$ E) $y = \cos(x/2)$
19. (0294) ¿Cuál de las siguientes funciones describe mejor la gráfica de la figura?
- A) $y = |x|^2$ B) $|y| = x^2$ C) $y^2 = x^2$ D) $y^2 = x$ E) $\sqrt{|y|} = x$
20. (0295) En una progresión aritmética, la suma de los 50 primeros términos es 200 y la suma de los siguientes, 2700. ¿Cuánto vale el primer término de la progresión?
- A) -1221 B) -21,5 C) -20,5 D) 3 E) 3,5
21. (0296) Los números a , b y c , ninguno cero, están en progresión aritmética. Si aumentamos a en 1 ó c en 2, resulta una progresión geométrica. ¿Cuánto vale b ?
- A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8
22. (0297) Si $a = \log_8 225$ y $b = \log_2 15$, entonces se verifica que:



A) $a = \frac{b}{2}$ B) $a = \frac{2b}{3}$ C) $a = b$ D) $a = \frac{3b}{2}$ E) $a = 2b$

23. (0298) Si $\log_{b^2} x + \log_{x^2} b = 1$, con $b > 0$, $b \neq 1$, $x \neq 1$, x es igual a:

A) $\frac{1}{b^2}$ B) $\frac{1}{b}$ C) b^2 D) b E) $\sqrt{b}$

24. (0299) Si $\sin(2x) \cdot \sin(3x) = \cos(2x) \cdot \cos(3x)$, una solución de esta ecuación es:

A) 18° B) 30° C) 36° D) 45° E) 60°

25. (0300) Si $A = 20^\circ$ y $B = 25^\circ$, el producto $(1 + \operatorname{tg} A)(1 + \operatorname{tg} B)$ es igual a:

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $1 + \sqrt{2}$ D) $2(\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B)$ E) Nada de lo anterior

II CONCURSO DE PRIMAVERA. 2000. 2ª FASE PRUEBA N° 16

1. (0376) ¿Cuál es el entero positivo más próximo a $\sqrt{1999} + \sqrt{1999}$

A) 44 B) 45 C) 46 D) 47 E) 48

2. (0377) En mi Instituto, la razón entre el número de chicos y chicas es 2 a 3 y la razón entre el número de chicas y profesores es 8 a 1. ¿Cuál es la razón entre el número de estudiantes y el de profesores?

A) 16 a 3 B) 5 a 1 C) 12 a 1 D) 13 a 1 E) 40 a 3

3. (0378) En una bolsa con 100 bolas, el 95% son rojas. Quitamos algunas bolas rojas y entre las 13 que quedan, el 75% son rojas. ¿Cuántas bolas rojas hemos quitado de la bolsa?

A) 20 B) 25 C) 50 D) 75 E) 80

4. (0379) Entre los siguientes números, hay uno que es distinto a todos los demás. ¿Cuál?

A) $\frac{1999}{2000}$ B) $\frac{999}{2000}$ C) $\frac{1999998}{2000999}$ D) $\frac{2000999}{2002000}$ E) $\frac{999999}{2002000}$

5. (0380) Luisa y María José salen juntas a pasear. Luisa pasea a 6 km por hora y María José a 4 km por hora. Salen a la vez y en la misma dirección. Cuando Luisa ha recorrido 1 km, se vuelve, hasta encontrarse con María José y entonces regresan las dos, cada una a su ritmo. ¿Cuántos minutos llegará María José más tarde que Luisa al punto de partida?

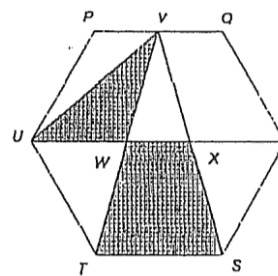
A) 10 minutos B) 5 minutos C) 4 minutos D) 3 minutos 45 segundos E) 3 minutos

6. (0381) Si $\frac{1+2+3+\dots+n}{3n} = 36$, entonces n es igual a:

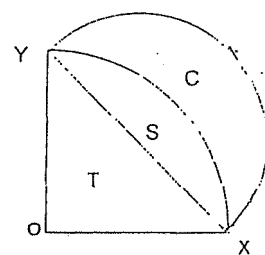
A) 215 B) 195 C) 185 D) 205 E) 225

7. (0382) Si m y n son números enteros positivos tales que $1 \leq m < n$, ¿cuántas soluciones positivas tiene la ecuación $x^n - 1 - x^m = 0$?

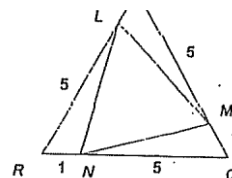
- A) Ninguna B) n C) Una D) $n - m$ E) Cualquier número de soluciones positivas
8. (0383) Si $p \cdot q = 21$, $q \cdot r = 132$, $r \cdot q = 77$ y $p > 0$, entonces p es igual a:
- A) $\frac{49}{4}$ B) $\frac{4}{49}$ C) $\frac{11}{4}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{7}{2}$
9. (0384) De entre todos los enteros positivos x e y tales que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$, ¿cuál es el mayor valor de y ?
- A) 60 B) 84 C) 96 D) 156 E) 288
10. (0385) Si $2000^2 - 1996^2 = 111ak^2$, con a y k enteros, el máximo valor para $k - a$ es:
- A) 4 B) -5 C) 11 D) 13 E) -13
11. (0386) Una cierta función $f(x)$ toma todos los valores entre 0 y 1 pero ningún otro. ¿Qué función de las siguientes toma todos los valores entre -1 y 1?
- A) $f(x)-1$ B) $f(x)+1$ C) $2f(x)$ D) $2f(x)-1$ E) $2f(x)+1$
12. (0387) Si $a < b < c < d < e$, entonces, siempre es verdadero que:
- A) $a + e < b + d$ B) $a + e < b + c + d$ C) $b + d < a + e$
D) $a + b + c < c + d + e$ E) $a + c + e < b + d$
13. (0388) Si las longitudes de los tres lados de un triángulo son a , $a + 1$ y $a + 2$, los posibles valores de a son todos los que verifican:
- A) $a > 0$ B) $0 < a < 1$ C) $a > 1$ D) $0 < a < 2$ E) $a = 1$
14. (0389) $\frac{2\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})^2} - \frac{2\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})^2}$ es igual a:
- A) 48 B) $28\sqrt{3}$ C) $32 + 8\sqrt{3}$ D) $26\sqrt{3}$ E) 42
15. (0390) Con centro en O dibujamos el cuadrante OXY, siendo XY a su vez diámetro del semicírculo que se muestra en la figura. Si llamamos T, S y C a las áreas de las regiones que se indican en la figura, ¿cuál es el cociente $\frac{T}{C}$?
- A) $\frac{3}{\pi}$ B) 1 C) $\frac{13}{4\pi}$ D) $\frac{7}{2\pi}$ E) $\frac{15}{4\pi}$
16. (0391) En el hexágono regular PQRSTU de la figura, V es el punto medio de PQ, y W y X son los puntos que se señalan. ¿Cuánto vale $\frac{\text{ÁreaWXST}}{\text{ÁreaUVW}}$?
- A) 2 B) 3 C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$



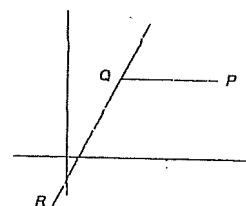
17. (0392) En el triángulo rectángulo PQR de la figura, el ángulo P es de 45° y el arco entre P y radio PR corta a PQ en S. ¿Cuál es el cociente entre el área de PRS de c y el área de RSQ?



18. (0393) ¿Cuál es el cociente entre el área del triángulo equilátero grande PQR y el área del triángulo equilátero pequeño LMN?



19. (0394) La ecuación de la recta RQ de la figura es $y = 2x - 1$. Si el segmento QP es paralelo al eje de abscisas y las coordenadas de P = (8, 4), ¿cuál es la distancia de P a Q?



20. (0395) ¿Para cuántos valores del ángulo x (en radianes) comprendidos entre 0,01 y 1, la gráfica de $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ corta al eje de abscisas?

21. (0396) Si $\frac{1}{\cos x} - \tan x = 2$, entonces $\frac{1}{\cos x} + \tan x$ es igual a:

22. (0397) Cuando dividimos el polinomio $P(x)$ entre $(x-19)$, obtenemos de resto 99 y cuando lo dividimos entre $(x-99)$ obtenemos de resto 19. ¿Cuál es el resto de la división de $P(x)$ entre $(x-19)(x-99)$?

23. (0398) La sucesión $a_1, a_2, a_3, \dots$ verifica que $a_1=19$, $a_{2000}=99$ y para $n \geq 3$, a_n es la media aritmética de los $n-1$ primeros términos. ¿Cuál es el valor de a_2 ?

24. (0399) ¿Cuál es el valor de la suma $\frac{1}{\log_2 100!} + \frac{1}{\log_3 100!} + \frac{1}{\log_4 100!} + \dots + \frac{1}{\log_{100} 100!}$?

25. (0400) Una parábola de vértice $(4, -5)$ corta al eje de abscisas en dos puntos, uno de abscisa positiva y otro negativa. Si la ecuación de la parábola es $y = ax^2 + bx + c$, ¿cuáles de los números a , b y c tienen que ser positivos?

- A) Solamente a B) Solamente b C) Solamente c D) Solamente a y b
E) Ninguno de los tres

III CONCURSO DE PRIMAVERA. 2001. 1ª FASE
PRUEBA Nº 20

1. (0476) El valor de $\left(0,2 + \frac{1}{0,2}\right)^2$ es:
 A) 27,4 B) 27,04 C) 25,44 D) 25,04 E) 5,408
2. (0477) En una clase de 30 estudiantes, 20 llevan zapatillas, 15 son del Madrid y 13 llevan zapatillas y son del Madrid. ¿Cuántos hay que ni llevan zapatillas ni son del Madrid?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8
3. (0478) En un montón hay 560 naranjas que meternos en bolsas de dos tipos: de 8 y 20 naranjas. Si al final tenemos 46 bolsas, el número de bolsas grandes está entre:
 A) 10 y 14 B) 14 y 18 C) 18 y 24 D) 24 y 30 E) 30 y 34
4. (0479) Llenamos una cuadrícula de p filas y q columnas con todos los enteros desde 1 a pq. Los escribimos en orden creciente, llenando en primer lugar la fila 1, luego la fila 2, etc. Si el 20 está en la 3ª fila, el 41 en la 5ª y el 103 en la última, halla p + q.
 A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25
5. (0480) En una epidemia de gripe, faltaron a clase 15 chicos el lunes, 12 el martes y 9 el miércoles. Si entre los tres días hubo 22 estudiantes que faltaron a clase al menos un día, ¿cuántos estudiantes, como máximo, faltaron los tres días?
 A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
6. (0481) Un recolector de fresas tiene que enviar 70 kg al mercado. Si usa cajas más grandes que las normales, cada una de 2 kg de más, tiene que utilizar 4 cajas menos. ¿Cuál es la capacidad, en kg, de las cajas normales?
 A) 2 B) 5 C) 7 D) 10 E) 14
7. (0482) $123456^2 + 123456 + 123457$ es el cuadrado de:
 A) 123457 B) 123463 C) 123467 D) 123473 E) 123477
8. (0483) ¿Cuántos enteros positivos de dos cifras son menores que el producto de sus cifras?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 45
9. (0484) Si $f(x) = |x| + |x+1| + |x-1|$, el valor mínimo para f(x) es:
 A) 1 B) 3 C) 4 D) 2 E) 0
10. (0485) ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $\frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} + x^2 - 4 = 0$?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
11. (0486) El número de soluciones distintas, según los valores de a, del sistema de ecuaciones $x^2 - y^2 = 0$, $(x-a)^2 + y^2 = 1$ puede ser:
 A) 0,1,2,3,4 ó 5 B) 0,1,2 ó 4 C) 0,2,3 ó 4 D) 0,2 ó 4 E) 2 ó 4

12. (0487) El parlamento de un país cuenta con 2000 diputados. El 12,12 % de los asistentes a una reunión son rubios y el 23,423 fuman. El número de diputados que faltaron a esa reunión está entre:

A) 100 y 300 B) 300 y 500 C) 500 y 700 D) 700 y 900 E) 900 y 1000

13. (0488) Si n es un entero positivo, determinar para qué valor de n se satisface la ecuación

$$\frac{n^3-3}{n^3} + \frac{n^3-4}{n^3} + \frac{n^3-5}{n^3} + \frac{n^3-6}{n^3} + \dots + \frac{5}{n^3} + \frac{4}{n^3} + \frac{3}{n^3} = 169$$

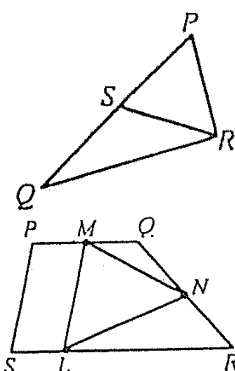
A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

14. (0489) Una chica tarda 15 segundos en bajar una de las escaleras mecánicas del Metro. Al día siguiente, la escalera está estropeada y tarda 20 segundos, bajando a igual velocidad que el día anterior. ¿Cuántos segundos tardaría en bajar si se quedara parada en la escalera cuando ésta baja?

A) 40 B) 50 C) 35 D) 60 E) 65

15. (0490) El triángulo PRS es equilátero y su área es la mitad que la del triángulo PQR. ¿Cuántos grados mide el ángulo PRQ?

A) 75 B) 80 C) 90 D) 100 E) 120

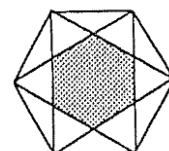


16. (0491) En el trapecio PQRS, $PQ \parallel SR$ y $SR = 2PQ$. El punto M es el punto medio de PQ, N es el punto medio de QR y L es un punto de SR tal que $LR = 3LS$. Si $\frac{S}{L} = 2$, el cociente entre el área del triángulo LMN y el área del trapecio PQRS es:

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

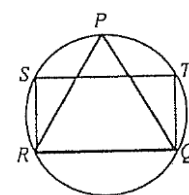
17. (0492) Unimos los vértices alternos de un hexágono regular. ¿Qué fracción del área total del hexágono está sombreada?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$



18. (0493) En un círculo de radio 1, inscribimos un triángulo equilátero PQR. Si S y T son puntos de la circunferencia, de forma que QRST es un rectángulo, ¿cuál es el área, en unidades cuadradas, de este rectángulo?

A) 3 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

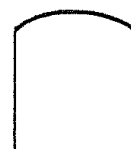


19. (0494) Dos de los ángulos de un triángulo, inscrito en una circunferencia de radio 6, valen 15° y 60° . ¿Cuál es el área del triángulo?

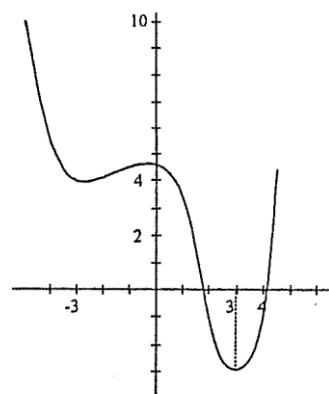
A) $9\sqrt{3}$ B) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

20. (0495) Una ventana tiene forma de cuadrado, de 60cm de lado, coronado por un segmento de un círculo de radio 50 cm. Si el segmento circular es menor que un semicírculo, ¿cuál es, en cm, la altura de la ventana?

A) 70 B) 80 C) 85 D) 90 E) 100

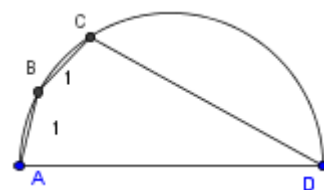


21. (0496) El número de soluciones de la ecuación $\sin(2x) = \cos(x)$, con $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$, es:
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
22. (0497) Entre 8 estudiantes y 6 profesores tenemos que elegir un comité de 6 personas que contenga al menos 3 estudiantes y 2 profesores. ¿De cuántas formas podemos elegir el tal comité?
 A) 1050 B) 1120 C) 7560 D) 840 E) 2170
23. (0498) En una estantería de 7 huecos de una biblioteca hay 7 libros de tres autores distintos 3 del autor A, 3 del B y 1 del autor C. Si están colocados al azar, ¿cuál es la probabilidad de que todos los volúmenes de cada autor estén juntos?
 A) $\frac{3}{70}$ B) $\frac{1}{140}$ C) $\frac{3}{140}$ D) $\frac{1}{70}$ E) $\frac{1}{35}$
24. (0499) ¿Cuántos enteros positivos b verifican la propiedad de que $\log_b 729$ es un entero positivo?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
25. (0500) La gráfica adjunto muestra un trozo de la curva definida por la función
 $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. ¿Cuál de los siguientes números es el más pequeño?
 A) $P(0)$ B) Suma de los coeficientes de P
 C) Mínimo de $P(x)$ en $[-2, 1]$ D) $P'(1) \cdot P'\left(-\frac{3}{2}\right)$
 E) $\lim_{x \rightarrow -4} P(x)$

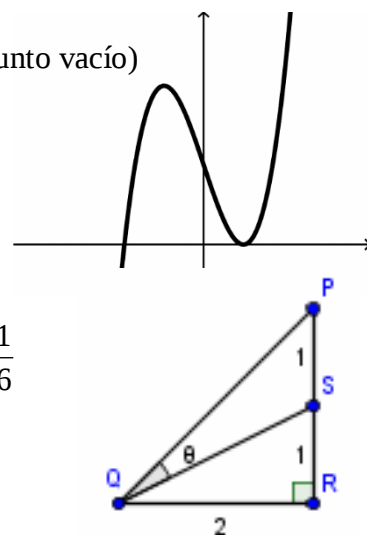


III CONCURSO DE PRIMAVERA. 2001. 2ª FASE PRUEBA N° 24

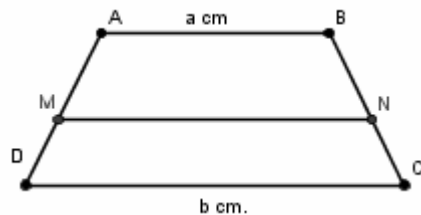
1. (0576) Cada una de las circunferencias es tangente exterior a las otras dos, y cada lado del triángulo es tangente a dos de ellas. Si cada circunferencia tiene de radio 3 cm., el perímetro del triángulo en centímetros es:
 A) $36 + 9\sqrt{2}$ B) $36 + 6\sqrt{3}$ C) $36 + 9\sqrt{3}$ D) $18 + 18\sqrt{3}$ E) 45
2. (0577) Si $\log_8 3 = p$ y $\log_3 5 = q$, entonces $\log 5$ es igual a:
 A) pq B) $\frac{3p+q}{5}$ C) $\frac{1+3pq}{p+q}$ D) $\frac{3pq}{1+3pq}$ E) $p^2 + q^2$
3. (0578) El cuadrilátero ABCD está inscrito en una circunferencia cuyo diámetro AD mide 4 metros. Si los lados AB y BC miden 1 metro, entonces CD, en metros, mide:
 A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{11}$ D) $\sqrt{13}$ E) $2\sqrt{3}$
4. (0579) El número de soluciones distintas y comprendidas entre 0 y 2π de la ecuación $(4\sin^2 x - 1)\left(\sin(2x) + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$, es:
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 3



5. (0580) ¿Cuántos números naturales de dos cifras (escritos en base 10) son iguales al producto de sus cifras más 12?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0
6. (0581) Una función f verifica $f(f(x)) = f(x+2)-3$ para todo entero x , con $f(1)=4$ y $f(4)=3$. El valor de $f(5)$ es:
- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15
7. (0582) En la ecuación de segundo grado $x^2-14x+k=0$, donde k es un número natural, las soluciones son dos números primos distintos p y q . El valor de $\frac{p}{q} + \frac{q}{p}$ es:
- A) 2 B) 106/45 C) 130/33 D) 170/33 E) Ninguno de los anteriores
8. (0583) Sean a y b dos números naturales tales que $1 \leq a \leq 10$ y $11 \leq b \leq 20$. Si s es la suma de todos los números naturales comprendidos entre a y b (ambos incluidos), el valor de s no puede ser:
- A) 91 B) 92 C) 95 D) 98 E) 99
9. (0584) El conjunto de soluciones de la inecuación $|x-1| + |x+2| < 5$ es:
- A) $(-3,2)$ B) $(-1,2)$ C) $(-2,1)$ D) $(-3/2, 7/2)$ E) $\emptyset$ (conjunto vacío)
10. (0585) ¿Cuál de las siguientes cúbicas está representada por la gráfica?
- A) $y=(x-1)^2(x-2)$ B) $y=(1-x)(x-2)^2$ C) $y=(x-1)^2(x+2)$
D) $y=(x-1)(x+2)^2$ E) $y=-(x-1)^2(x+2)$
11. (0586) Si el ángulo PRQ es recto, y $PQS = \theta$, el valor de $\operatorname{tg} \theta$ es:
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ C) $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$
12. (0587) Siendo $i^2 = -1$, entonces $(1+i)^{20} - (1-i)^{20}$ es igual a:
- A) -1024 B) -1024i C) 0 D) 1024 E) 1024i
13. (0588) Si $g(x) = 1-x^2$, y $f(g(x)) = \frac{1-x^2}{x^2}$, entonces $f\left(\frac{1}{2}\right)$ es igual a:
- A) 3/4 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
14. (0589) ¿Cuántos puntos de la recta $7x + 5y = 89$ tienen sus dos coordenadas dadas por dos números naturales?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
15. (0590) La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica ilimitada de razón r tal que $|r| < 1$ es 15, y la suma de los cuadrados de sus términos es 45. Su primer término es:
- A) 12 B) 10 C) 5 D) 3 E) 2
16. (0591) Tenemos un grupo de 50 chicas que son rubias o morenas, y que tienen los ojos azules o pardos. Si hay 14 rubias de ojos azules, 31 morenas y 18 de ojos pardos, el número de morenas de ojos pardos es:
- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13



17. (0592) Si la suma de los cuadrados de las raíces de la ecuación $x^2 + 2hx = 3$ es 10, entonces $|h|$ es igual a:
 A) -1 B) 1/2 C) 3/2 D) 2 E) Nada de lo anterior
18. (0593) Si $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$, entonces $x+y+z$ es:
 A) 50 B) 58 C) 89 D) 111 E) 1296
19. (0594) Si w es una de las soluciones imaginarias de la ecuación $z^3=1$, entonces el producto $(1 - w + w^2)(1 + w - w^2)$ es igual a:
 A) 4 B) w C) 2 D) w^2 E) 1
20. (0595) Sea la función f que a cada número real x hace corresponder el menor de los valores de $4x+1$, $x+2$ y $-2x+4$. El máximo valor de $f(x)$ es:
 A) 1/3 B) 1/2 C) 2/3 D) 5/2 E) 8/3
21. (0596) El detective Robles sabe que el crimen lo ha cometido uno y sólo uno de los cuatro sospechosos, cuyas declaraciones son:
 - El Pulga: "El Bola es el culpable"
 - El Bola: "El Cabra es el culpable"
 - El Cabra: "El Bola miente"
 - El Pollo: "Yo no soy el culpable"
 Sabiendo que una y sólo una de las declaraciones es cierta, el culpable es:
 A) El Pulga B) El Bola C) El Cabra D) El Pollo E) Faltan Pistas
22. (0597) El número de puntos equidistantes de una circunferencia y de dos tangentes a dicha circunferencia que no sean paralelas entre sí es:
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Mayor que 4
23. (0598) El trapecio ABCD se divide en dos trapecios de igual área por medio de un segmento MN paralelo a las bases $AB = a$ y $CD = b$. La medida de MN será:
 A) $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ B) $\frac{a^2 + b^2}{a + b}$ C) $\sqrt{ab}$ D) $\frac{2ab}{a + b}$ E) $\frac{a + b}{2}$
24. (0599) ¿Cuál de estas expresiones no siempre es igual a las demás?
 A) $\cos|x|$ B) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ C) $\cos(-x)$ D) $\sqrt{1 - \sin^2 x}$ E) $-\cos(\pi + x)$
25. (0600) El actual balón de fútbol es un icosaedro truncado. Se obtiene a partir de un icosaedro, suprimiendo en cada vértice del mismo una pirámide pentagonal, de forma que por cada vértice del icosaedro aparezca un pentágono regular y que cada cara del primitivo icosaedro quede reducida a un hexágono regular. Su número total de aristas es:



- A) 180 B) 90 C) 100 D) 80 E) Nada de lo anterior

IV CONCURSO DE PRIMAVERA. 2002. 1ª FASE
PRUEBA Nº 28

1. (0676) El reloj de mi coche no marca los segundos. Durante un viaje, a la altura del kilómetro 235 marcaba las 9:10 y en el kilómetro 245 las 9:17. La velocidad media v en km/h verifica:
 A) $v \leq 75$ B) $75 < v < 100$ C) $v = 75$ D) $v = 100$ E) $v \geq 100$
 2. (0677) ¿Cuál es el cociente entre el área sombreada y el área total del rectángulo?
 A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{1}{2}$
-
3. (0678) En un conjunto de 7 elementos, ¿cuántos subconjuntos de tres elementos podemos formar, de manera que cualesquiera dos de ellos tengan exactamente un elemento en común?
 A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11
 4. (0679) Se considera la función definida en los enteros positivos de la siguiente manera:

$$f(n) = \begin{cases} n+5 & \text{si } n \text{ es impar} \\ \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$
 sabiendo que $f(f(f(k))) = 35$ y que k es impar, entonces la suma de las cifras de k es:
 A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15
 5. (0680) Si los ángulos de un triángulo están en la proporción 1:5:6 y la longitud del lado mayor del triángulo es 6 cm ¿cuál es la longitud en cm de la altura correspondiente a ese lado?
 A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3
 6. (0681) Si $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) \geq 0$ para todo x y, además, $f(1) = 2$ y $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ ¿cuánto vale $f\left(\frac{1}{2}\right)$?
 A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 0 E) 4
 7. (0682) ¿Cuántos números enteros estrictamente positivos y menores que 1000, son producto de dos números pares?
 A) 100 B) 150 C) 200 D) 249 E) 250
 8. (0683) En la figura de la derecha tienes un esquema del enlosetado de una habitación rectangular de 2m x 3m en la que se han necesitado, como observas, 7 losetas enteras y 10 mitades. Si queremos enlosetar de forma análoga y con losetas de la misma medida que las anteriores un salón de 10 m x 20 m ¿cuántas losetas de las que aparecen enteras necesitamos?
 A) 200 B) 230 C) 300 D) 370 E) 400
-
9. (0684) Dos triángulos iguales cuyos ángulos miden 30° , 60° y 90° están colocados de forma que sus hipotenusas coinciden y se solapan parcialmente (los triángulos). Si la hipotenusa es 12, el área de la región común es:
 A) $12\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{3}$ E) 24
-

10. (0685) La expresión $\frac{2(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{3\sqrt{2 + \sqrt{3}}}$ es igual a:
 A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B) 1 C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{16}{9}$
11. (0686) Tres grifos A, B y C llenan juntos un depósito en 1 h. Cuando abrimos solamente los grifos A y C, llenamos el depósito en 1 h 30 m y cuando abrimos solamente B y C lo llenamos en 2 horas. ¿En cuántas horas lo llenaríamos si abriéramos solamente A y B?
 A) 1,1 B) 1,15 C) 1,2 D) 1,25 E) 1,75
12. (0687) Si α es un ángulo agudo y $\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{x-1}{2x}}$, $\tan \alpha$ es igual a :
 A) x B) $\frac{1}{x}$ C) $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ D) $\sqrt{\frac{x^2-1}{x}}$ E) $\sqrt{x^2-1}$
13. (0688) Si “p” es un número primo mayor que 5, entonces p^2-1 es divisible por 24:
 A) Nunca B) Solo 24 veces C) Siempre D) Solo si $p = 5$ E) Solo si $p < 2400$
14. (0689) El conjunto de soluciones reales de la desigualdad $|x-1| + |x+2| < 5$ es:
 A) $(-3,2)$ B) $(-1,2)$ C) $(-2,1)$ D) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ E) El conjunto vacío
15. (0690) En una progresión aritmética con un número par de términos, resulta que la suma de los términos que ocupan lugar impar es 24 y la suma de los que ocupan lugar par es 30. Si la diferencia entre el último término y el primero de la progresión es 10,5 ¿cuántos términos tiene esa progresión?
 A) 20 B) 18 C) 12 D) 10 E) 8
16. (0691) Dos coches A y B recorren la misma distancia. El coche A recorre la mitad de la distancia a v_1 km/h y la otra mitad a v_2 km/h. El coche B va la mitad del tiempo a v_1 km/h y la otra mitad a v_2 km/h. Si la velocidad media alcanzada por el coche A es x km/h y la velocidad media alcanzada por el coche B es y km/h, tenemos que:
 A) $x \leq y$ B) $x \geq y$ C) $x = y$ D) $x < y$ E) $x > y$
17. (0692) Si x_1 y x_2 son números distintos con $3x_1^2 - ax_1^2 = 3x_2^2 - ax_2^2$ y $a \neq 3$, entonces $x_1 + x_2$ es igual a:
 A) $\frac{-a}{3}$ B) $\frac{a}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{-1}{3}$ E) 0
18. (0693) El resto de la división de $x^{51} + 51$ entre $x + 1$ es:
 A) 0 B) 1 C) 49 D) 50 E) 51
19. (0694) El menor entero k para el que la ecuación $2x(kx - 4) - x^2 + 6 = 0$ no tiene raíces reales es:
 A) -1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
20. (0695) Si (a,b) y (c,d) son dos puntos de la recta $y=mx+k$, la distancia entre ellos en función de a , c y m es:

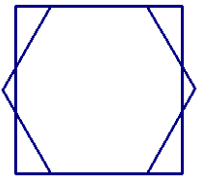
A) $|a-c|\sqrt{1+m^2}$ B) $|a+c|\sqrt{1+m^2}$ C) $\frac{|a-c|}{\sqrt{1+m^2}}$ D) $|a-c|(1+m^2)$ E) $|a-c||m|$

21. (0696) Si $i^2 = -1$, entonces $(1+i)^{20} - (1-i)^{20}$ es igual a:
 A) -1024 B) -1024i C) 0 D) 1024 E) 1024i
22. (0697) Si m, n, p y q son números reales y $f(x) = mx + n$ y $g(x) = px + q$, la ecuación $f(g(x)) = g(f(x))$ tiene solución:
 A) Para cualquier valor de m, n, p y q B) Si y solo si $m = p$ y $n = q$
 C) Si y solo si $mq - np = 0$ D) Si y solo si $n(1-p) - q(1-m) = 0$
 E) Si y solo si $(1-n)(1-p) - (1-q)(1-m) = 0$
23. (0698) Si N es un número entero positivo de 3 cifras, la probabilidad de que $\log_2(N)$ sea un número entero es:
 A) 0 B) $\frac{3}{899}$ C) $\frac{1}{225}$ D) $\frac{1}{300}$ E) $\frac{1}{450}$
24. (0699) Lanzamos tres dados al aire. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres números que resultan puedan ordenarse en progresión aritmética de diferencia 1?
 A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{27}$ D) $\frac{1}{54}$ E) $\frac{7}{36}$
25. (0700) ¿Cuántas parejas de números reales (x, y) verifican simultáneamente las ecuaciones siguientes?
 A) 8 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
$$\begin{cases} x = x^2 + y^2 \\ y = 2xy \end{cases}$$

IV CONCURSO DE PRIMAVERA. 2002. 2ª FASE PRUEBA Nº 32

1. (0776) Si $\{a_n\}$ es una sucesión tal que $a_1 = 1$ y $3a_{n+1} - 3a_n = 1$ para todo $n \geq 1$, el valor de a_{2002} es:
 A) 666 B) 667 C) 668 D) 669 E) 670
2. (0777) Sea $P(x) = kx^3 + 2k^2x^2 + k^3$. Calcula la suma de todos los números reales k para los que $x-2$ es un factor de $P(x)$.
 A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8
3. (0778) Si $f_n(x) = x^n$ y $a \neq 1$, considera los cuatro números siguientes:
 1) $(f_{11}(a) \cdot f_{13}(a))^{14}$ 2) $f_{11}(a) \cdot f_{13}(a) \cdot f_{14}(a)$ 3) $(f_{11}(f_{13}(a)))^{14}$ 4) $f_{11}(f_{13}(f_{14}(a)))$
 ¿Cuáles de éstos valen lo mismo que $f_{2002}(a)$?
 A) Solamente 1) y 2) B) Solamente 2) y 3) C) Solamente 3) y 4)
 D) Solamente 2), 3) y 4) E) Todos
4. (0779) Este año hay en el instituto un 10% de estudiantes más que el año pasado. Si el número de chicos ha aumentado un 5% y el de las chicas un 20%, la fracción del total de estudiantes que corresponde ahora a las chicas es:
 A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{11}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{1}{2}$

5. (0780) Dos paredes de una habitación y el techo se juntan en ángulo recto en un punto P. Una mosca está en el aire a 1 m de una pared, 8 m de la otra y a 9 m del punto P. ¿A qué distancia, en metros, está del techo?
- A) $\sqrt{13}$ B) $\sqrt{14}$ C) $\sqrt{15}$ D) 4 E) $\sqrt{17}$
6. (0781) En una caja hay 1001 bolas blancas y 1001 bolas negras. Si P_1 es la probabilidad de que al coger dos bolas al azar sean del mismo color y P_2 la probabilidad de que sean de diferente color, entonces $P_2 - P_1$ es igual a:
- A) 0 B) $\frac{1}{2002}$ C) $\frac{1}{2001}$ D) $\frac{2}{2001}$ E) $\frac{1}{1000}$
7. (0782) ¿Para cuántos enteros positivos n es $n^3 - 8n^2 + 20n - 13$ un número primo?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Más de 4
8. (0783) Si a , b y c son números reales tales que $a^2 + 2b = 7$, $b^2 + 4c = -7$ y $c^2 + 6a = -14$, $a^2 + b^2 + c^2$ es igual a:
- A) 14 B) 21 C) 28 D) 35 E) 49
9. (0784) Sea f una función tal que, para todo $x > 0$, se verifica que $f(x) + 2f\left(\frac{2002}{x}\right) = 3x$. El valor de $f(2)$ es:
- A) 1000 B) 2000 C) 3000 D) 4000 E) 6000
10. (0785) ¿Para cuántos valores enteros positivos de m se verifica que $\frac{2002}{m^2 - 2}$ es un entero positivo?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Más de 4
11. (0786) Sea AB un segmento de longitud 26 y C y D dos puntos en él tales que $AC = 1$ y $AD = 8$. Sean E y F dos puntos en una de las semicircunferencias de diámetro AB tales que EC y FD son perpendiculares a AB . Calcula EF .
- A) 5 B) $5\sqrt{2}$ C) 7 D) $7\sqrt{2}$ E) 12
12. (0787) En una urna echamos canicas blancas, canicas negras, dados blancos y dados negros. El 20% de los objetos de la urna son dados y el 40% de las canicas son blancas. ¿Qué porcentaje de los objetos de la urna son canicas negras?
- A) 40% B) 48% C) 52% D) 60% E) 80%
13. (0788) Si la probabilidad de elegir un chico en mi clase es $\frac{2}{3}$ de la de elegir una chica, ¿qué porcentaje de chicos hay en la clase?
- A) 25% B) 33% C) 40% D) 45% E) 48%
14. (0789) Si el producto de tres enteros consecutivos es divisible por 7, ¿cuál de los siguientes números no es necesariamente un divisor de dicho producto?
- A) 6 B) 14 C) 21 D) 28 E) 42
15. (0790) ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $|1 - x^2| = 1 - x$?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

16. (0791) A partir de un cuadrado de lado 1, construimos un hexágono regular como indica la figura. ¿Cuánto vale el área de la zona común a ambas figuras?
- 
- A) $\frac{2}{\sqrt{3}} - 1$ B) $1 - \frac{1}{2\sqrt{3}}$ C) $2 - \frac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
17. (0792) La ecuación de incógnita x , $\ln(3 + x) = \ln 3 + \ln x$ (donde x es un número real positivo) verifica que:
- A) No tiene solución B) Se verifica para todo $x > 0$ C) Tiene solución única
D) Tiene dos soluciones E) Tiene infinitas soluciones
18. (0793) Si $0 < a < b$, una de las desigualdades siguientes no es siempre cierta. ¿Cuál?
- A) $a^2 < b^3$ B) $a + 2 < b + 3$ C) $2a < 3b$ D) $\frac{2}{b+3} < \frac{3}{a+2}$ E) $(a + 2)^2 < (b + 3)^2$
19. (0794) En un rectángulo, designamos por r el cociente entre la medida mayor y la menor. Si cortamos este rectángulo en dos por los puntos medios de los lados más largos, cada uno de los rectángulos resultantes tiene el mismo valor de r que el inicial. ¿Cuál es el valor de r ?
- A) 4 B) 2 C) $\sqrt[3]{4}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
20. (0795) ¿Cuál de las siguientes funciones está acotada en $[6, +\infty)$?
- A) $y = x \operatorname{sen} x$ B) $y = x + \frac{1}{x}$ C) $y = 5 - x^2$ D) $y = \frac{x+5}{x-5}$ E) $y = 1 + |x|$
21. (0796) Yo vivía en Siracusa hace más o menos 22 siglos calculé el área de un segmento de parábola y otras muchas cosas he probado que el área lateral del cilindro circunscrito a una esfera es igual al área de esa esfera una cierta espiral lleva mi nombre..., pero sobre todo, se sabe que dije: “Dadme un punto de apoyo y” ¿Quién soy?
- A) Alejandro Magno B) Apolonio C) Arquímedes D) Euclides E) Pitágoras
22. (0797) En el triángulo ABC sea M el punto medio de BC. Si $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm y $AM = 5$ cm, ¿cuál es, en cm^2 , área del triángulo?
- A) 15 B) 14 C) 12 D) 10 E) Nada de lo anterior
23. (0798) La función definida por $f(x) = \frac{cx}{2x+3}$ si $x \neq -\frac{3}{2}$ verifica que $f(f(x)) = x$ para todo x distinto de $-\frac{3}{2}$. ¿Cuánto vale c ?
- A) -3 B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) Faltan datos
24. (0799) El número real solución de la ecuación $\frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{2+4+6+\dots+2n} = \frac{115}{116}$ es:
- A) 110 B) 115 C) 116 D) 231 E) Esta ecuación no tiene soluciones enteras.
25. (0800) Si desarrollamos el polinomio $(x + y)^9$ y lo ordenamos en potencias decrecientes de x , resulta que el segundo y el tercer término del desarrollo tienen el mismo valor para $x = p$ e $y = q$ siendo p y q números positivos cuya suma vale 1. ¿Cuánto vale p ?
- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{8}{9}$

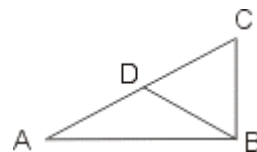
PRUEBA N° 36

1. (0876) Una recta que pasa por los puntos $(m, -9)$ y $(7, m)$ tiene pendiente m . ¿Cuánto vale m ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. (0877) En un triángulo rectángulo ABC se toma un punto D sobre la hipotenusa AC y resulta que el triángulo BCD tiene todos sus lados iguales a 1. ¿Cuánto mide AB ?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2



3. (0878) En una prueba del VI Concurso de Primavera realizada en cierto centro, la puntuación media de las chicas que se presentaron fue de 83 puntos y la puntuación media de los chicos que se presentaron fue de 71 puntos. Si la media total de los participantes de ese centro fue de 80 puntos, ¿qué porcentaje de los participantes eran chicas?

A) 60% B) 65% C) 70% D) 75% E) 80%

4. (0879) Si $3^a = 4$, $4^b = 5$, $5^c = 6$, $6^d = 7$, $7^e = 8$ y $8^f = 9$, ¿cuánto vale el producto $abcdef$?

A) 1 B) 2 C) 6 D) 3 E) $\frac{10}{3}$

5. (0880) El perímetro de un triángulo rectángulo es 40 cm y la suma de los cuadrados de sus lados es 578 cm^2 . ¿Cuál es la longitud del lado más corto?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. (0881) Si $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ es una función para la que el número 2 está tanto en el dominio como en el recorrido y verifica que $f(f(x))(1+f(x)) = -f(x) \forall x \in D$ (dominio), ¿cuánto vale $f(2)$?

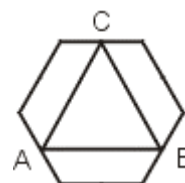
A) -1 B) 0 C) 1 D) -2 E) 100

7. (0882) Si $\log$ representa el logaritmo decimal (base 10), la suma $\log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100}$ es igual a:

A) -1 B) 0 C) 1 D) -2 E) 100

8. (0883) Si el perímetro del hexágono regular es de 12 cm, el área del triángulo equilátero ABC es en cm^2 :

A) $3\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) 6 D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$



9. (08784) De las siguientes afirmaciones, ¿cuántas son verdaderas?

1.- Existe un número primo que es par. 2.- Existen enteros distintos m y n tales que $m^2 = n^3$.
 3.- La ecuación cúbica $x^3 + x^2 + 1 = 0$ tiene una única solución real. 4.- El número $2^{65} + 1$ es primo.
 5.- Algunas ecuaciones de 2° grado, con coeficientes enteros, no tienen soluciones reales.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. (0885) Si el número complejo z tiene de módulo 1 y argumento $\frac{\pi}{2003}$, la expresión $z^{2003} + \frac{1}{z^{2003}}$ es igual a:

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

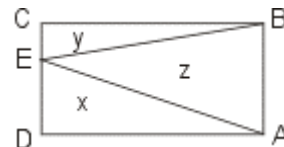
11. (0886) El conjunto de los números " a " para los que la desigualdad $ax^2 - 2x + a < 0$ se verifica sea cual fuere el número real x , es:
- A) $a < -2$ B) $a < -2$ ó $a > 2$ C) $a < -1$ D) $a < 0$ E) $a < -1$ ó $a > 1$
12. (0887) $\frac{5}{6^{-2} \cdot 8^{\frac{1}{3}}}$ es igual a:
- A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100
13. (0888) El perímetro de un cuadrado, expresado en cm, es el número " p " y su área, expresada en cm^2 , es el número " A ". Si $A = 2p$, ¿cuál es el valor de p ?
- A) 24 B) 32 C) 36 D) 48 E) 54
14. (0889) Si $x = 11^\circ$, el valor de $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x$ es:
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ D) 1 E) 0
15. (0890) La tangente del argumento de cualquiera de las raíces cuadradas del complejo $3 + 4i$ es:
- A) -1 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$
16. (0891) Si la parábola $y = x^2 + 8x + k$ tiene su vértice en el eje de abscisas, el valor de k es:
- A) 0 B) 4 C) 8 D) 16 E) 24
17. (0892) Sabiendo que $9^{-x} = 7$, ¿cuál es el valor de 27^{2x+1} ?
- A) $\frac{27}{7\sqrt{7}}$ B) $189\sqrt{7}$ C) $\frac{343}{27}$ D) $\frac{7\sqrt{7}}{27}$ E) $\frac{27}{343}$
18. (0893) Si x e y son números reales tales que $(x^2 - y^2)(x^2 - 2xy + y^2) = 3$ con $x - y = 1$, el valor de xy es:
- A) 2 B) $1 + \sqrt{2}$ C) $1 - \sqrt{2}$ D) 1 E) 0
19. (0894) Cada una de las afirmaciones siguientes puede ser verdadera o falsa:
1. Las afirmaciones 3 y 4 son ambas verdaderas.
 2. Las afirmaciones 4 y 5 no son ambas falsas.
 3. La afirmación 1 es verdadera.
 4. La afirmación 3 es falsa.
 5. Las afirmaciones 1 y 3 son ambas falsas.
- ¿Cuántas afirmaciones de estas cinco son verdaderas?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
20. (0895) Hay un teorema, teorema de Wilson, que asegura que si n es un número primo, entonces n es un divisor de $(n-1)! + 1$. Con la ayuda de este teorema puedes asegurar que el número $12! \cdot 6! + 12! + 6! + 1$ tiene un divisor d que verifica:
- A) $900 < d < 9100$ B) $9100 < d < 9200$ C) $9200 < d < 9300$
D) $9300 < d < 9400$ E) $9400 < d < 9500$
21. (0896) Lanzamos tres dados al aire. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números aparecidos en dos de ellos, coincida con el del otro dado?
- A) $\frac{5}{36}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{7}{36}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{5}{24}$

22. (0897) Antonio conducía su coche a velocidad constante. A las 14 horas estaba a XYZ km de su casa, donde X, Y, Z son dígitos tales que $X \geq 1$ e $Y = 0$. A las 14 horas 18 minutos estaba a ZX km de casa y a las 15 horas a XZ km de casa. ¿A qué hora llegó a casa?

A) 15h 10min B) 15h 12min C) 15h 24min D) 15h 30 min E) 15h 48min

23. (0898) ABCD es un rectángulo. El punto E es uno cualquiera del lado DC. Llamemos "x" al área del triángulo AED, "y" al área del triángulo BCE y "z" al área del triángulo ABE.

Si $y^2 = xz$, el valor del cociente $\frac{DE}{EC}$ es:



A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

24. (0899) Si f es una función que verifica $f(xy) = \frac{f(x)}{y}$ para cualesquiera números positivos x e y y $f(500) = 3$, ¿cuál es el valor de $f(600)$?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{18}{5}$

25. (0900) Si ordenamos en orden creciente los números $\text{sen}(1)$, $\text{sen}(2)$ y $\text{sen}(3)$ cuando los ángulos vienen medidos en radianes, obtenemos:

A) $\text{sen}(1) < \text{sen}(2) < \text{sen}(3)$ B) $\text{sen}(3) < \text{sen}(2) < \text{sen}(1)$ C) $\text{sen}(1) < \text{sen}(3) < \text{sen}(2)$
 D) $\text{sen}(2) < \text{sen}(1) < \text{sen}(3)$ E) $\text{sen}(3) < \text{sen}(1) < \text{sen}(2)$

V CONCURSO DE PRIMAVERA. 2003. 2ª FASE PRUEBA Nº 40

1. (0976) Con las letras de la palabra "NADIE" podemos formar 120 palabras (o agrupaciones de cinco letras) utilizando todas las letras. Si se ordenan alfabéticamente las 120, ¿qué lugar ocupa la palabra NADIE en esa relación?

A) 97 B) 98 C) 99 D) 100 E) 101

2. (0977) ¿Para cuántos enteros " n " es $\frac{n}{20-n}$ el cuadrado de un número entero?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 10

3. (0978) Un octógono regular ABCDEFGH tiene de lado 2 cm. El área, en cm^2 , del triángulo ADG es:

A) $4+2\sqrt{2}$ B) $6+\sqrt{2}$ C) $4+3\sqrt{2}$ D) $3+4\sqrt{2}$ E) $8+\sqrt{2}$.

4. (0979) Pedro elige al azar dos números del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ y Guillermo elige uno del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de Guillermo sea mayor que la suma de los que eligió Pedro?

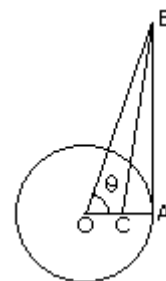
- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{9}{20}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{24}{25}$.

5. (09780) Si x, y, z son números positivos que verifican $x + \frac{1}{y} = 4$, $y + \frac{1}{z} = 1$, $z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3}$, entonces el producto de los tres números xyz es igual a:

- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

6. (0981) En la circunferencia de la figura, de centro O y radio 1, BA es tangente en A a la circunferencia. Si BC es bisectriz del ángulo B , entonces OC es igual a:

- A) $\sec^2 \theta - \tan \theta$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin \theta}$ D) $\frac{1}{1 + \sin \theta}$ E) $\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$



7. (0982) Cada uno de los miembros de la familia de Luis tomó un día de desayuno café con leche, todos igual cantidad, aunque la proporción de café y leche variaba en cada taza. Si Luis tomó un cuarto del total de la leche y un sexto del total del café, ¿cuántos miembros hay en la familia de Luis?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. (0983) Al copiar una multiplicación de dos números, David escribió un factor 54 en lugar de 45, siendo la respuesta 198 unidades mayor que la que tendría que haber obtenido. ¿Cuál era la respuesta correcta a esa multiplicación?

- A) 990 B) 1188 C) 405 D) 945 E) 1200

9. (0984) $\sqrt{2}\sqrt{2\sqrt{2}}$ es igual a:

- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt[4]{2}$ C) 2 D) $\sqrt[3]{2}$ E) $\sqrt{6}$

10. (0985) En una clase de 25 estudiantes, el número de chicas inmigrantes excede en 6 al número de chicos inmigrantes. Si elegimos dos estudiantes al azar, la probabilidad de obtener un chico y una chica inmigrantes es $\frac{4}{75}$. ¿Cuántos estudiantes de la clase son inmigrantes?

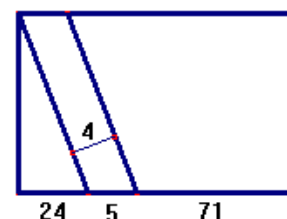
- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

11. (0986) Un coche de 3 m de longitud que viaja a 110 km/h adelanta a un camión de 17 m de longitud que va a 100 km/h. ¿Cuántos segundos tarda el coche en hacer el adelantamiento?

- A) 0,5 B) 2 C) 4,1 D) 5,6 E) 7,2

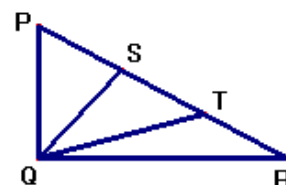
12. (0987) Una carretera de 4 m de ancha atraviesa como indica la figura una plantación de girasoles que era de forma rectangular. ¿Cuántos m^2 de plantación se han perdido como consecuencia de la existencia de la carretera?

- A) 120 B) 150 C) 160 D) 200 E) 250



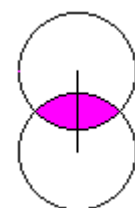
13. (0988) En el triángulo rectángulo PQR la hipotenusa PR está dividida en tres trozos iguales por los puntos S y T . Si $QS^2 + QT^2 = k \cdot PR^2$, el valor de k es:

- A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) $\frac{1}{4}$



14. (0989) La parte real del complejo $1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + (1 + i)^3 + (1 + i)^4 + (1 + i)^5$ es:

15. (0990) Si $\log$ representa el logaritmo decimal (base 10), el valor de $\log(2!) - \log(3!) + \log(4!) - \dots - \log(9!) + \log(10!)$ es:
- A) 0 B) 1 C) $4\sqrt{2}$ D) -8 E) $-2\sqrt{2}$
16. (09791) Las soluciones (x, y) del sistema: $\begin{cases} y = x^2 - 5x + 3 \\ x = y^2 - 5y + 3 \end{cases}$ verifican que $x - y = 0$ ó que $x + y$ es igual a:
- A) 6 B) 4 C) 8 D) -1 E) -2
17. (0992) Un año es Año Santo Compostelano si el 25 de Julio cae en Domingo. ¿Cuántos años tendrán que pasar, como mínimo, entre dos Años Santos Compostelanos consecutivos?
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 11 E) 12
18. (0993) Si el resto de la división de un polinomio $P(x)$ entre $(x - 1)$ es 2 y entre $(x + 1)$ es 4, el resto de la división de $P(x)$ entre $(x^2 - 1)$ es:
- A) 6 B) $2x + 4$ C) $2x - 4$ D) $-x + 3$ E) $x^2 + 2x - 4$
19. (0994) Si x e y son números diferentes tales que $2003 + x = y^2$ y $2003 + y = x^2$, el valor del producto xy es:
- A) -2001 B) -2002 C) -1001 D) -1 E) 2000
20. (0995) Si α es solución de la ecuación $x^4 + x^2 - 1 = 0$, el valor de $\alpha^6 + 2\alpha^4$ es:
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
21. (0996) El valor de x en la ecuación $\log_4 \sqrt{x^{4/3}} + 3\log_x(16x) = 7$ es:
- A) 16 B) 27 C) 64 D) 81 E) 343
22. (0997) De los siguientes números, ¿cuál es el más próximo a $\sqrt{101} - 10$?
- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{20}$ D) $\frac{1}{22}$ E) $\frac{1}{24}$
23. (0998) Después de las cinco de la mañana, ¿cuánto tiempo, expresado en horas, debe pasar para que las agujas de los minutos y de las horas de un reloj formen entre sí, por primera vez un ángulo recto?
- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{5}{22}$ D) $\frac{4}{23}$ E) $\frac{7}{30}$
24. (0999) Si escribo 2003 en la forma $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + (n - 2) - (n - 1) + n$, la suma de los dígitos (o cifras) de n es:
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
25. (1000) Los centros de dos círculos iguales de radio 6 distan entre sí $6\sqrt{3}$. ¿Cuál es el área de la región común a ambos?
- A) $2\pi - \sqrt{3}$ B) $6\pi - 4\sqrt{3}$ C) $6\pi - 12\sqrt{3}$
D) $12\pi - 18\sqrt{3}$ E) $12\pi - 24\sqrt{3}$



VI CONCURSO DE PRIMAVERA. 2004. 1ª FASE
PRUEBA Nº 44

1. (1076) Si $ax^2 + bx + c = 0$ tiene dos raíces reales distintas, entonces $ax^6 + bx^3 + c = 0$ tiene:

A) dos raíces reales iguales B) dos raíces reales y opuestas C) dos raíces reales distintas
 D) cuatro raíces reales distintas E) tres pares de raíces reales opuestas.
2. (1077) Un cono y un cilindro rectos comparten la base circular y la generatriz del primero es igual a la altura del segundo. La proporción entre sus áreas laterales es:

A) 1 : 1 B) 1 : 2 C) 1 : 3 D) 2 : 3 E) 3 : 4
3. (1078) $\frac{0,0\overline{2}}{0,0\overline{2}} =$

A) 0,01 B) $0,0\overline{1}$ C) 1,1 D) $0,1\overline{0}$ E) $0,9\overline{0}$
4. (1079) Si m y n son números enteros distintos, de la expresión $n^3 \cdot m - n \cdot m^3$ sólo podemos asegurar que es múltiplo de:

A) dos B) tres C) cuatro D) seis E) doce
5. (1080) $\sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{17} + \sqrt{10})(\sqrt{5} + \sqrt{17} - \sqrt{10})(\sqrt{5} - \sqrt{17} + \sqrt{10})(-\sqrt{5} + \sqrt{17} + \sqrt{10})} = :$

A) 5 B) 10 C) 11 D) 14 E) 17
6. (1081) ¿Cuántos números abc , con $c \neq 0$, hay de tres cifras tales que $abc - cba = mn7$?

A) 60 B) 50 C) 45 D) 42 E) 30
7. (1082) En un triángulo rectángulo de lados enteros consideramos como segmentos: la altura sobre la hipotenusa, la mediana sobre la hipotenusa, el radio de la circunferencia circunscrita y el radio de la circunferencia inscrita. ¿Cuántas de esas medidas son racionales?

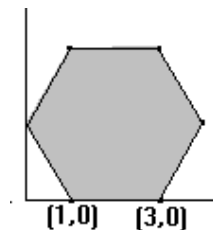
A) todas B) ninguna C) tres D) dos E) una
8. (1083) Dado un triángulo ABC de perímetro $2p$ y radio inscrito r y circunscrito R , ¿cuál de estas fórmulas no es una fórmula del área?

A) $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$ B) $\frac{a \cdot b \cdot \cos \hat{C}}{2}$ C) $\sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$ D) $p \cdot r$ E) $\frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$
9. (1084) Las parábolas $y = ax^2 - 4x + 5$, y $y = bx^2 - 8x + 7$ tienen el mismo vértice. La ordenada de éste es:

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
10. (1085) ¿Cuál es la menor superficie total en dm^2 que puede tener una caja de cartón (ortocubo) de lados enteros en dm y volumen 40 dm^3 ?

A) 162 B) 106 C) 76 D) 53 E) 44

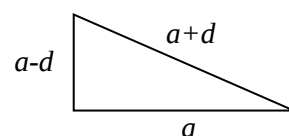
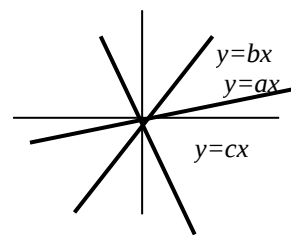
11. (1086) ¿Cuál es el valor mínimo de la función $f(x) = |2x+2| - |x-1| + |3x-6|$?
- A) 0 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7
12. (1087) El valor máximo de $x+y$ en la región definida por el hexágono regular completo es:
- A) $3+2\sqrt{3}$ B) $2+3\sqrt{3}$ C) $4+\sqrt{3}$ D) $2+2\sqrt{3}$ E) $3+3\sqrt{3}$
13. (1088) Sea f una función para la cual. $f\left(\frac{x}{3}\right) = x^2 + x + 1$. Hallar la suma de todos los valores de z para los cuales $f(3z)=7$.
- A) $-1/3$ B) $-1/9$ C) 0 D) $5/9$ E) $5/3$
14. (1089) El valor absoluto de la parte real de las raíces cuadradas del número complejo $21 + 20i$ es:
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
15. (1090) En una tienda nos venden compactos y comics a precio fijo cada producto y exacto en euros. Si 5 comics y 2 compactos cuestan menos de 15 euros, y 3 comics y 4 compactos más de 12 euros, ¿cuál de las siguientes afirmaciones tiene que ser cierta?
- A) Cuestan más los compactos B) Cuestan más los comics
 C) Un compacto cuesta menos de 3 euros D) Un comic y un compacto cuestan 4 euros
 E) Si no cuestan lo mismo, al menos hay dos euros de diferencia
16. (1091) Si $x = \frac{5y+3}{y-2}$, entonces:
- A) $y = \frac{2x+3}{x-5}$ B) $y = \frac{3x+2}{5x-1}$ C) $y = \frac{x-5}{2x+3}$ D) $y = \frac{2x-5}{x+3}$ E) $y = \frac{5x-3}{x-2}$
17. (1092) Se refleja la parábola con ecuación $y = ax^2 + bx + c$ y vértice en el punto (h,k) en la recta $y = k$. La imagen es la parábola con ecuación $y = dx^2 + ex + f$. ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $a+b+c+d+e+f$?
- A) $2b$ B) $2c$ C) $2a+2b$ D) $2h$ E) $2k$
18. (1093) Sea f una función que satisface que $f(xy)=f(x)/y$ para cualesquiera x, y números reales positivos. Si $f(500)=3$, ¿cuál es el valor de $f(600)$?
- A) 1 B) 2 C) $18/5$ D) 3 E) $5/2$
19. (1094) Una de las asíntotas de la hipérbola $4x^2 - 9y^2 = 36$ tiene por ecuación:
- A) $3x + 2y = 0$ B) $3x - 2y = 0$ C) $3x + 2y = 6$ D) $2x - 3y = 0$ E) $3x - 2y = 6$
20. (1095) El valor máximo de $16xy$ cuando $x + 4y = 5$ es:
- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 25
21. (1096) Si $\log 2 = 0,301030$ y $\log 3 = 0,477121$ (los logaritmos son decimales), el valor de x para que $3^{x+3} = 135$ es aproximadamente:
- A) 5 B) 1,46 C) 1,67 D) 1,78 E) 1,63



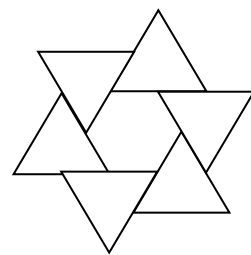
22. (1097) Sean a , b y c enteros y tales que a y b son consecutivos y $c = a \cdot b$. Si $D = a^2 + b^2 + c^2$, el número $\sqrt{D}$ verifica:
- A) Siempre es un entero par B) Algunas veces es un entero impar, otras no
C) Siempre es un entero impar D) Algunas veces es irracional, otras no
E) Siempre es irracional
23. (1098) Si una recta que pasa por $(-a, 0)$ determina en el segundo cuadrante un triángulo de área T , la ecuación de la recta es:
- A) $2Tx + a^2y + 2aT = 0$ B) $2Tx - a^2y + 2aT = 0$ C) $2Tx + a^2y - 2aT = 0$
D) $2Tx - a^2y - 2aT = 0$ E) Nada de lo anterior
24. (1099) Los puntos A y B se mueven uniformemente a lo largo de dos rectas perpendiculares que se cortan en el punto O . Cuando A está en O , B está a 500 cm de O . 2 minutos más tarde equidistan de O y 8 minutos después de que equidisten, vuelven a equidistar de O . ¿Cuál es el cociente entre la velocidad de A y la de B ?
- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{1}{2}$
25. (1100) Si el número θ verifica $0 < \theta < \pi$ y el complejo z cumple la igualdad $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$, entonces, para cada entero positivo n , resulta que $z^n + \frac{1}{z^n}$ es igual a:
- A) $2 \cos \theta$ B) $2^n \cos \theta$ C) $2 \cos^n \theta$ D) $2 \cos n\theta$ E) $2^n \cos^n \theta$

VI CONCURSO DE PRIMAVERA. 2004. 2ª FASE
PRUEBA Nº 48

1. (1176) Si dos lados de un triángulo miden 5 y 7 cm, el tercer lado no puede ser:
- A) 11 cm B) 10 cm C) 6 cm D) 3 cm E) 1 cm
2. (1177) Para las tres rectas que se muestran en la figura, ¿qué desigualdades de las siguientes son verdaderas?
- A) $c < a < b$ B) $b < c < a$ C) $a < c < b$ D) $c < b < a$ E) $a < b < c$
3. (1178) $9^{20} + 9^{20} + 9^{20}$ es igual a:
- A) 27^{20} B) 3^{66} C) 9^{60} D) 3^{41} E) 3^{120}
4. (1179) En el triángulo rectángulo de la figura el valor de d en función de a es:
- A) $\frac{3}{4}a$ B) $\frac{a}{2}$ C) $\frac{a}{3}$ D) $\frac{a}{4}$ E) $\frac{2}{3}a$
5. (1180) Si $\frac{4x-y}{4x+2y} = \frac{2}{5}$ entonces $\frac{4x+y}{4x-2y}$ es igual a:
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



6. (1181) El lado de cada uno de los triángulos equiláteros de la figura es el doble del lado del hexágono regular del centro. ¿Qué fracción del área total de los seis triángulos, representa el área del hexágono?

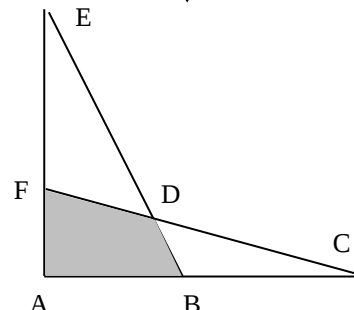


A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

7. (1182) El menor entero positivo n para el que $10^n - 1$ es múltiplo de 63 es:

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8. (1183) En la figura adjunta, donde EA es perpendicular a AC, sabemos la medida de los siguientes segmentos: $AB = 8$ $AC = 18$ $AE = 16$ y $AF = 6$. ¿Cuál es el área del cuadrilátero ABDF sombreado?



A) 38 B) 24 C) 42 D) 20 E) 34

9. (1184) Decimos que un número es “de libro” si es igual a la suma de un número de dos cifras diferentes y del número que se obtiene invirtiendo estas dos cifras. Por ejemplo: 143 es un número “de libro” porque $143 = 58 + 85$. ¿Cuántos números “de libro” son cuadrados perfectos?

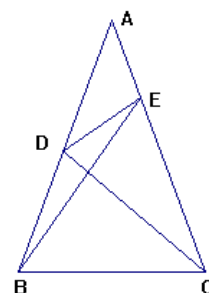
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. (1185) Sea n un número entero positivo impar. El mayor entero positivo k tal que $n^{12} - n^8 - n^4 + 1$ es divisible por 2^k sea cual fuere el impar n es:

A) 6 B) 7 C) 9 D) 10 E) 12

11. (1186) En el triángulo ABC, los ángulos $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$. Si D y E son puntos en AB y AC, respectivamente, tales que $\angle CBE = 55^\circ$ y $\angle BCD = 40^\circ$, el valor del ángulo $\angle ADE$ es:

A) 20° B) 25° C) 30° D) 35° E) 40°



12. (1187) ¿Cuántos enteros menores que 10.000 verifican que el producto de sus cifras es 84?

A) 24 B) 30 C) 42 D) 72 E) 84

13. (1188) ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $\sqrt[3]{2x+14} - \sqrt[3]{2x-14} = \sqrt[3]{4}$?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

14. (1189) Sean d y e las soluciones de la ecuación $2x^2 + 3x + 5 = 0$. ¿Cuánto vale $(d-1)(e-1)$?

A) $-\frac{5}{2}$ B) 0 C) 3 D) 5 E) 6

15. (1190) ¿Cuál es la probabilidad de que un divisor positivo de 60, elegido al azar, sea menor que 7?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

16. (11791) Elegimos al azar un punto (x, y) del rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(4, 1)$ y $(0, 1)$. ¿Cuál es la probabilidad de que x sea menor que y ?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

17. (1192) La suma de tres números es 20. El primero es 4 veces la suma de los otros dos y el segundo es 7 veces el tercero. ¿Cuál es el producto de los tres?

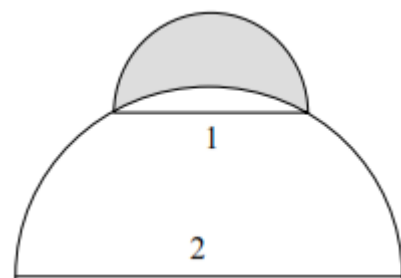
A) 28 B) 40 C) 100 D) 400 E) 800

18. (1193) El perímetro de un triángulo equilátero coincide numéricamente con el área de su círculo circunscrito. ¿Cuánto mide el radio del círculo?

A) $\frac{3\sqrt{2}}{\pi}$ B) $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{6}{\pi}$ E) $\sqrt{3}\pi$

19. (1194) Un semicírculo de diámetro 1 está sobre otro de diámetro 2, como indica la figura. ¿Cuál es el área del trozo del semicírculo pequeño que está por encima del grande?

A) $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{24}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{24}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{12}$



20. (1195) La parábola de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ se refleja sobre el eje de abscisas. Desplazamos la parábola 5 unidades a la derecha y su reflejada 5 unidades a la izquierda, obteniendo así las gráficas de dos parábolas, $y = f(x)$, $y = g(x)$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones verifica la gráfica de $y = (f+g)(x)$?

A) Es una parábola tangente al eje de abscisas B) Una recta paralela al eje OX
C) Una parábola no tangente al eje de abscisas D) Una recta no paralela al eje OX
E) Es la gráfica de una cúbica.

21. (1196) Si $a \geq b > 1$ el mayor valor posible de $\log_a \frac{a}{b} + \log_b \frac{b}{a}$ es:

A) -2 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4

22. (1197) Sea a un número positivo. Considera el conjunto S de todos los puntos del plano cuyas coordenadas (x, y) satisfacen las condiciones siguientes

1) $\frac{a}{2} \leq x \leq 2a$ 2) $\frac{a}{2} \leq y \leq 2a$ 3) $x + y \geq a$ 4) $x + a \geq y$ 5) $y + a \geq x$

La frontera de S es un polígono de:

A) 3 lados B) 4 lados C) 5 lados D) 6 lados E) 7 lados

23. (1198) La suma de los cuadrados de todos los números reales que satisfacen la ecuación $x^{256} - 256^{32} = 0$ es:

A) 8 B) 128 C) 512 D) 65.536 E) $2 \cdot 256^{32}$

24. (1199) El menor entero k para el que la ecuación $2x(kx - 4) - x^2 + 6 = 0$ no tiene raíces reales es:

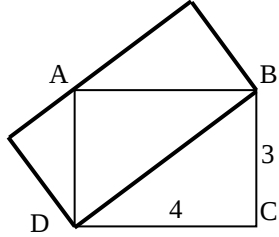
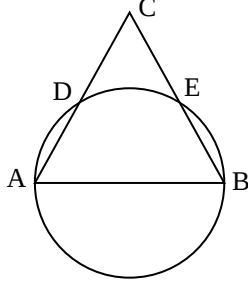
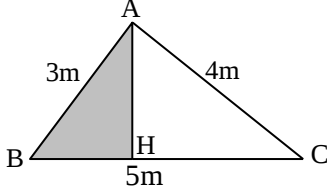
A) -1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

25. (1200) ¿Para cuántos enteros n se verifica que $(n+i)^4$ es un número entero?

Recuerda: i es la unidad imaginaria $i^2 = -1$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

VII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2005. 1ª FASE
PRUEBA Nº 52

1. (1276) El triángulo ABC tiene un ángulo recto en C. Si $\operatorname{sen} A = \frac{2}{3}$, entonces $\operatorname{tg} B$ es igual a:
 A) $-\frac{3}{5}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{5}{3}$
2. (1277) Sea $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Si $x^2 \neq 1$, $f(-x)$ es igual a:
 A) $\frac{1}{f(x)}$ B) $-f(x)$ C) $\frac{1}{f(-x)}$ D) $-f(-x)$ E) $f(x)$
3. (1278) En una ciudad, el cociente entre el número de mujeres y el de hombres es $\frac{11}{10}$. Si la media de las edades de las mujeres es 34 años y la media de las edades de los hombres es 32 años, la media de las edades de toda la población, en años, es:
 A) $\frac{329}{10}$ B) $\frac{692}{21}$ C) 33 D) $\frac{694}{21}$ E) $\frac{331}{10}$
4. (1279) Al simplificar $\operatorname{sen}(x-y) \cdot \cos y + \cos(x-y) \cdot \operatorname{sen} y$ obtenemos:
 A) 1 B) $\operatorname{sen} x$ C) $\cos x$ D) $\operatorname{sen} x \cos 2y$ E) $\cos x \cos 2y$
5. (1280) ¿Cuál es el área, en m^2 , del rectángulo que tiene como lado la diagonal BD del rectángulo de lados 3 y 4 m, y que tiene el vértice A en su perímetro?
 A) 10 B) 12 C) 13 D) 15 E) 20
 
6. (1281) El segmento AB es diámetro de una circunferencia de radio 1 y lado del triángulo equilátero ABC. Esta circunferencia corta a los lados AC y BC en los puntos D y E respectivamente. ¿Cuál es la longitud de AE?
 A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

7. (1282) En una urna hay 3 bolas, numeradas 1, 2 y 3. Hacemos tres extracciones, con devolución, y apuntando en cada caso el número de la bola extraída. Si la suma de los números apuntados es 6, ¿cuál es la probabilidad de que hayamos sacado las tres veces la bola número 2?
 A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$
8. (1283) Si AH es perpendicular a BC, el área del triángulo ABH, expresada en m^2 , es:
 A) 1,8 B) 2,16 C) 2,25 D) 2,5 E) 3,24
 
9. (1284) Si $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{10} = S$ entonces $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{21}$ suma:
 A) $2S$ B) $(a \cdot S)^2$ C) $(1 + a \cdot S)^2$ D) $S \cdot (1 + a^{11})$ E) $a^{10} \cdot (1 + S)$

10. (1285) El diagrama de la derecha muestra los afijos de varios números en el plano complejo. La circunferencia está centrada en el origen y tiene radio 1. Uno de estos números es el inverso de F . ¿Cuál?

A) A B) B C) C D) D E) E

11. (1286) El punto D está en el lado CB del triángulo ABC . Si los ángulos $\widehat{CAD}$ y $\widehat{DAB}$ son ambos de 60° y $AC = 3$ y $AB = 6$, la longitud AD es:

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

12. (1287) En un triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5, inscribimos un cuadrado como se ve en la figura. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

A) $\frac{25}{12}$ B) $\frac{60}{37}$ C) $\frac{30}{13}$ D) 2 E) $\frac{37}{12}$

13. (1288) ¿Cuánto vale el producto de todas las soluciones reales de la ecuación $x^{\log_{10} x} = 10$?

A) 1 B) -1 C) 10 D) $\frac{1}{10}$ E) Nada de lo anterior

14. (1289) Siendo $\log$ el logaritmo en base diez y tomando $\log 2 = 0,30$, ¿cuál es el valor de $\log \sqrt[3]{0,25}$?

A) -0,60 B) -0,45 C) -0,35 D) -0,25 E) -0,20

15. (1290) Un cuadrado y un triángulo equilátero tienen el mismo perímetro. Si A es el área del círculo circunscrito al cuadrado y B el área del círculo circunscrito al triángulo, $\frac{A}{B}$ es igual a:

A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{27}{32}$ D) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$ E) 1

16. (1291) La gráfica de la función $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ corta al eje horizontal en cinco puntos distintos, uno de los cuales es $(0, 0)$. ¿Cuál de los siguientes coeficientes no puede ser cero?

A) a B) b C) c D) d E) e

17. (1292) Sea S el conjunto de las permutaciones de 1, 2, 3, 4, 5 para las que el primer término no es 1. Elegimos al azar una de las permutaciones de S , y la probabilidad de que el segundo término sea 2 es $\frac{a}{b}$, fracción irreducible. ¿Cuánto vale $a + b$?

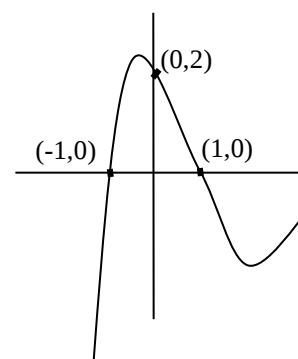
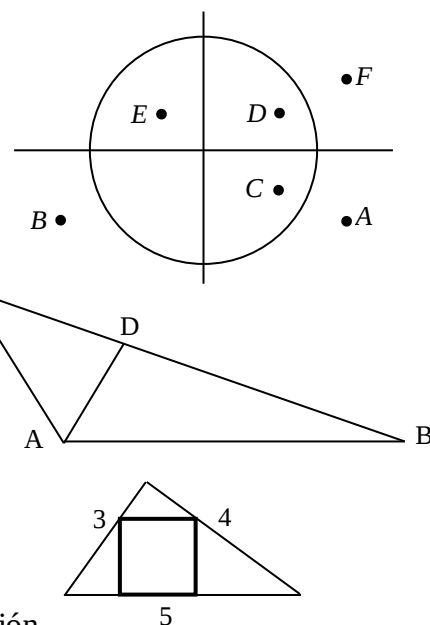
A) 5 B) 6 C) 11 D) 16 E) 19

18. (1293) Si $\log(xy^3) = 1$ y $\log(x^2y) = 1$, ¿cuánto vale $\log(xy)$?

A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) 1

19. (1294) Aquí te mostramos un trozo de la gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. ¿Cuánto vale b ?

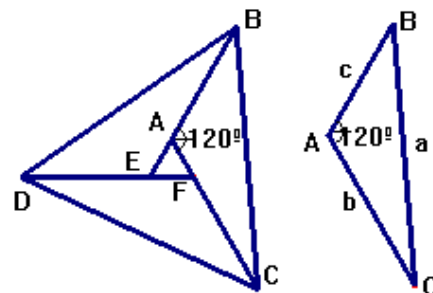
A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4



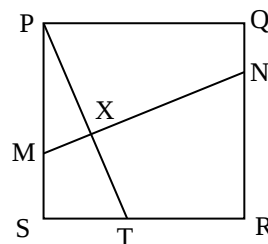
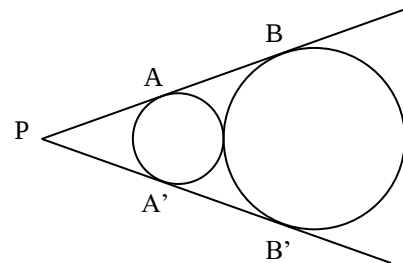
20. (1295) La circunferencia concéntrica con $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$ que pasa por (1,1) tiene radio:
 A) 5 B) 10 C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{20}$ E) $\sqrt{17}$
21. (1296) ¿Cuántos enteros satisfacen la ecuación $(x^2 - x - 1)^{x+2} = 1$?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) Nada de lo anterior.
22. (1297) La recta simétrica de $2x + 3y = 1$ respecto de $y = -x$ es:
 A) $2x - 3y = 1$ B) $3x + 2y = 1$ C) $3x - 2y = 1$ D) $3x + 2y = -1$ E) $-3x + 2y = 1$
23. (1298) Si x e y son los números complejos dados por $x = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, $y = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones no es verdadera?
 A) $x^5 + y^5 = -1$ B) $x^7 + y^7 = -1$ C) $x^9 + y^9 = -1$ D) $x^{11} + y^{11} = -1$ E) $x^{13} + y^{13} = -1$
24. (1299) Sean p , q y r números primos. De los siguientes números, ¿cuál es el menor cubo perfecto que es múltiplo de $n = pq^2r^4$?
 A) $p^8q^8r^8$ B) $(pq^2r^2)^3$ C) $(p^2q^2r^2)^3$ D) $(pqr^2)^3$ E) $4p^3q^3r^3$
25. (1300) Si $z = \sin 20^\circ + i \cos 20^\circ$, entonces z^3 es igual a:
 A) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ B) 1_{120° C) 1_{210° D) $\sin 60^\circ + i \cos 60^\circ$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$

VII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2005. 2ª FASE PRUEBA Nº 56

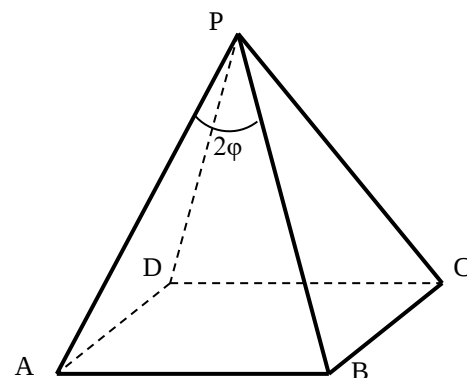
1. (1376) Dado un cubo de lado 1 m, formamos un triángulo equilátero tomando como vértices los extremos de la diagonal de una cara y otro de los extremos de la diagonal no paralela de la cara opuesta. ¿Cuál es, en m^2 , el área de ese triángulo?
 A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. (1377) El valor de $\cotg 10^\circ + \tg 5^\circ$ es igual que
 A) $\operatorname{cosec} 5^\circ$ B) $\operatorname{cosec} 10^\circ$ C) $\sec 5^\circ$ D) $\sec 10^\circ$ E) $\sen 15^\circ$
3. (1378) El triángulo ABC de lados correspondientes a , b y c tiene un ángulo en A de 120° . Los triángulos EDB y FCD son iguales que ABC. El triángulo pequeño interior AFE es equilátero. El área de este triángulo equilátero AFE es:
 A) $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$ B) $\frac{a^2 - b^2 - c^2}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}(b-c)^2$
 D) $\frac{\sqrt{3}}{12}[a^2 - (b^2 - c^2)]$ E) $a^2 - b^2 - c^2 + bc$



4. (1379) El resultado de las operaciones $\left[\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \dots + \binom{10}{2} \right] \times 6 + 10$, es:
- A) 1000 B) 900 C) 888 D) 876 E) 625
5. (1380) Los ángulos de un trapecio están en progresión aritmética. Si el más pequeño es 75° el mayor será:
- A) 95° B) 100° C) 105° D) 110° E) 115°
6. (1381) Las dos circunferencias de la figura son tangentes exteriores y las rectas PAB y PA'B', las tangentes comunes a ambas. Si $PA = AB = 4$, el área del círculo pequeño es:
- A) $1,44\pi$ B) 2π C) $2,56\pi$ D) $\sqrt{8}\pi$ E) 4π
7. (1382) ¿Cuál de estos números es el mayor?
- A) $\sqrt[3]{5 \times 6}$ B) $\sqrt{6 \times \sqrt[3]{5}}$ C) $\sqrt{5 \times \sqrt[3]{6}}$ D) $\sqrt[3]{5 \times \sqrt{6}}$ E) $\sqrt[3]{6 \times \sqrt{5}}$
8. (1383) ¿Cuál de las siguientes rectas es tangente a $y = x^2 - 3x + 1$?
- A) $y = x + 1$ B) $y = 2x + 3$ C) $y = 3x - 8$ D) $y = -3x$ E) $y = 3x - 1$
9. (1384) En un plano hay dos puntos A y B separados 5 unidades. ¿Cuántas rectas de ese plano distan 2 unidades de A y 2 de B?
- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) Infinitas.
10. (1385) En un triángulo MNP el baricentro es G (1, 6) y el punto medio T del lado NP tiene coordenadas (3,5). ¿Cuáles son las coordenadas de M?
- A) (-3, 8) B) (-1, 7) C) (7, 3) D) (2, 5,5) E) (2, -1)
11. (1386) Un triángulo cuyos lados vienen dados por números enteros tiene de perímetro 8. ¿Cuál es el área?
- A) $2\sqrt{2}$ B) $\frac{16}{9}\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$
12. (1387) El polígono PQRS de la figura, es un cuadrado de lado 12. Si los segmentos PT y MN son perpendiculares y se cortan en un punto X de tal forma que: $ST = 5$ y $MX = 4$, entonces la longitud de XN es:
- A) 8,5 B) 9 C) 9,5 D) $7\sqrt{2}$ E) 10
13. (1388) ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a una de las bisectrices de las rectas $r: 3x + 4y = 5$ y $s: y = 0$?
- A) (1, 1) B) (0, 0) C) (1, 2) D) (2, 1) E) (2, -1)
14. (1389) La suma $1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + (1+i)^4 + (1+i)^5$ es igual a:
- A) 1_{270° B) $8i$ C) $-8 + i$ D) $8 - i$ E) $\frac{7}{i}$
15. (1390) ¿Cuántas cifras distintas tiene el resultado de la siguiente suma?
 $1 + 12 + 123 + 1234 + 12345 + 123456 + 1234567 + 12345678 + 123456789$
- A) nueve B) ocho C) siete D) seis E) cinco

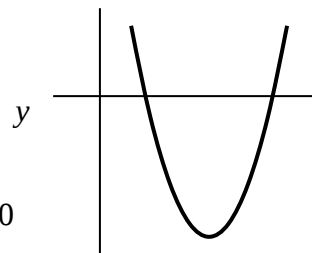


16. (1391) Si $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 99^2 = S$, ¿cuánto suma $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 100^2$?
 A) $S + 2550$ B) $2S$ C) $4S$ D) $S + 5050$ E) $S + 5075$
17. (1392) ¿Cuántos números de tres cifras abc con $b \neq 0$ verifican que ellos y cba son cuadrados perfectos?
 A) siete B) seis C) cinco D) cuatro E) tres
18. (1393) En un triángulo ABC , $a = 8$, $b = 5$, y $\cos \hat{C} = \frac{3}{5}$. El área es:
 A) 16 B) 18 C) 20 D) 21 E) 25
19. (1394) Sabiendo que $\cos a = \frac{4}{5}$ y que a está en el primer cuadrante, el $\sin 4a$ es:
 A) $\frac{48}{625}$ B) $\frac{60}{625}$ C) $\frac{196}{625}$ D) 1 E) $\frac{336}{625}$
20. (1395) Tenemos cuatro números enteros y si los sumamos de tres en tres obtenemos los siguientes resultados: 180, 197, 208 y 222. ¿Cuál es el mayor de los cuatro números?
 A) 77 B) 83 C) 89 D) 95 E) 96
21. (1396) Considera una pirámide $PABCD$ cuya base $ABCD$ es un cuadrado y el vértice P equidista de los puntos A, B, C y D . Si $AB = 1$ y el ángulo $\hat{APB} = 2\varphi$, el volumen de la pirámide es:
 A) $\frac{\operatorname{sen} \varphi}{6}$ B) $\frac{\cot g \varphi}{3}$ C) $\frac{1}{\operatorname{sen} \varphi}$
 D) $\frac{1 - \operatorname{sen}(2\varphi)}{3}$ E) $\frac{\sqrt{\cos(2\varphi)}}{6 \operatorname{sen} \varphi}$
22. (1397) Para cada entero positivo n , sea $S(n)$ la suma de sus dígitos. ¿Cuántos enteros positivos n verifican que $n + S(n) = 2005$?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
23. (1398) Si $x, y > 0$ y se verifica que $\log_y(x) + \log_x(y) = \frac{10}{3}$ y $x \cdot y = 144$, entonces $\frac{x+y}{2}$ es igual a:
 A) $12\sqrt{2}$ B) $13\sqrt{3}$ C) 24 D) 30 E) 36
24. (1399) Sea $f(x) = x^2 + 6x + 1$ y T el conjunto de los puntos (x, y) tales que $f(x) + f(y) \leq 0$ y $f(x) - f(y) \leq 0$. El entero más próximo al valor del área del recinto determinado por el conjunto T , es:
 A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25
25. (1400) ¿Cuántos pares ordenados de números reales (a, b) verifican que $(a + bi)^{2005} = a - bi$?
 A) 1 B) 2 C) 2005 D) 2006 E) 2007



VIII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2006. 1ª FASE
PRUEBA Nº 60

1. (1476) La gráfica de la derecha corresponde a la parábola de ecuación $= ax^2 + bx + c$. Entonces

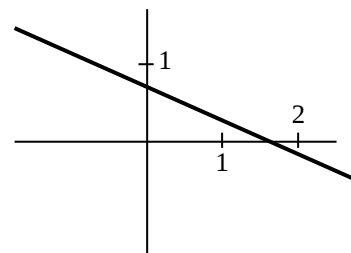


- A) $a > 0, b > 0, c > 0$ B) $a > 0, b < 0, c > 0$ C) $a < 0, b > 0, c < 0$
D) $a > 0, b < 0, c < 0$ E) $a > 0, b > 0, c < 0$

2. (1477) Sean $A = 2 \times 2005^{2006}$, $B = 2005^{2006}$, $C = 2004 \times 2005^{2005}$, $D = 2 \times 2005^{2005}$, $E = 2005^{2005}$ y $F = 2005^{2004}$. De los siguientes números, ¿cuál es el mayor?

- A) $A - B$ B) $B - C$ C) $C - D$ D) $D - E$ E) $E - F$

3. (1478) La gráfica de la figura es la de la recta $y = mx + n$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?



- A) $m \cdot n < -1$ B) $-1 < m \cdot n < 0$ C) $m \cdot n = 0$ D) $0 < m \cdot n < 1$ E) $m \cdot n > 1$

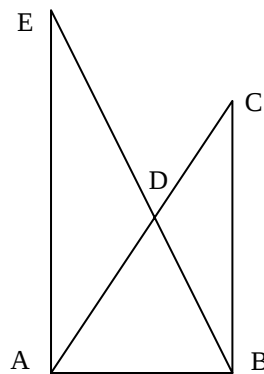
4. (1479) Si $\begin{cases} a+b=4 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2 \end{cases}$, entonces $a^2 + b^2$ es igual a:

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 4 E) 2

5. (1480) La parábola simétrica de $y = x^2 - 6x + 13$ respecto a $x=2$, es:

- A) $y = x^2 - 2x + 13$ B) $y = x^2 + 4x + 8$ C) $y = x^2 - 2x + 5$ D) $y = x^2 + 4x + 13$ E) $y = x^2 + 6x + 13$

6. (1481) En la figura que te mostramos, las rectas AE y BC son paralelas y perpendiculares a AB. Si $AB = 4$, $BC = 6$ y $AE = 8$, ¿cuál es la diferencia entre las áreas de los triángulos ADE y BDC?

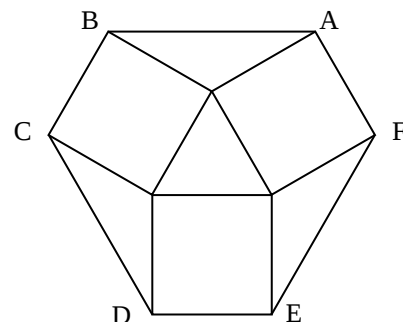


- A) 2 B) 4 C) 5 D) 8 E) 9

7. (1482) Con centro en $A(0, 1)$ giramos el punto $P(2, 3)$ un ángulo de 60° . El punto resultante está en la recta:

- A) $x + y = 3$ B) $x - y = 0$ C) $x + y = 2$ D) $x + y = \sqrt{3}$ E) $x - y = 2$

8. (1483) La figura de la derecha está formada a partir del triángulo equilátero interior y los cuadrados adosados a sus lados. Si el lado del triángulo equilátero mide 1 cm, ¿cuál es en cm^2 el área del hexágono ABCDEF?

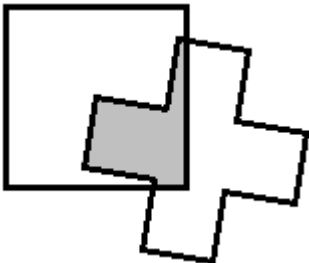


- A) $3 + \sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 4,5 D) $4\sqrt{3}$ E) 6

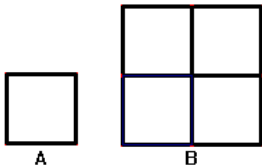
9. (1484) Entre todos los triángulos isósceles de perímetro 25 cm y cuyos lados tienen medida entera en centímetros, el de mayor superficie tiene un área, en cm^2 , igual a:

- A) $\frac{45\sqrt{7}}{4}$ B) $\frac{45\sqrt{11}}{4}$ C) $16\sqrt{3}$ D) $43\sqrt{91}$ E) $\frac{41\sqrt{7}}{4}$

10. (1485) La suma de 49 números enteros consecutivos es 7^5 . ¿Cuál es su mediana?
- A) 7 B) 7^2 C) 7^3 D) 7^4 E) 7^5
11. (1486) Sean los puntos A(0, 9) y B(0, 12). Los puntos A, y B, están en la recta $y = x$. Las rectas AA, y BB, se cortan en C(2, 8). ¿Cuál es la longitud del segmento A,B,?
- A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $2 + \sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$.
12. (1487) La suma $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$ termina en:
- A) 10 B) 30 C) 50 D) 70 E) 81
13. (1488) Si la suma de la progresión geométrica decreciente ilimitada $1, \cos^2\alpha, \cos^4\alpha, \cos^6\alpha, \dots$ es igual a 5, ¿cuál es el valor de $\cos 2\alpha$?
- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$
14. (1489) Las circunferencias $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 0$ y $x^2 + 2x + y^2 + 2y = 18$, se cortan en puntos de la recta:
- A) $x + y = 3$ B) $2x - y = 6$ C) $3x - 4y = 2$ D) $x + y = \sqrt{3}$ E) $3x + 2y = 9$
15. (1490) En un monedero tenemos 2 monedas de un céntimo de euro, 2 de cinco, 2 de diez y 2 de veinte céntimos. Si sacamos simultáneamente dos monedas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la suma sea 20 o más céntimos?
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$
16. (1491) El conjunto $A = \{2x^2 - 12x + 20; x \in [1, 4]\}$ es el intervalo:
- A) $[2, 10]$ B) $[4, 10]$ C) $[2, 4]$ D) $[0, 10]$ E) $[1, 16]$
17. (1492) El valor máximo del producto $x \cdot y$ en la región $A = \{(x, y) : x \geq 0; y \geq 0; x + 2y \leq 4\}$ es:
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) $\sqrt{5}$
18. (1493) ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $|x^2 - 6x + 5| = |x^2 - 3x + 1|$?
- A) ninguna B) una C) dos D) tres E) cuatro
19. (1494) ¿Cuántas asíntotas tiene la curva de ecuación $y = \frac{x^5 + 3x - 1}{2x^4 - 1}$?
- A) ninguna B) una C) dos D) tres E) cuatro
20. (1495) $\left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{-1 + \sqrt{3}i}\right)^{10} =$
- A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ E) $1 - \sqrt{3}i$

21. (1496) ¿Qué número es el mayor?
- A) $\log_8 2$ B) $\log_{\frac{1}{2}} 8$ C) $\log_2 0,5$ D) $\log_2 \sqrt{2}$ E) $\log_4 \sqrt{8}$
22. (1497) Se tiran tres dados y se multiplican los resultados. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto sea 36?
- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{24}$ E) $\frac{11}{216}$
23. (1498) ¿Cuál de estas rectas es tangente a la circunferencia $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 5$?
- A) $3x + 4y = 12$ B) $2x + y = 15$ C) $x + 3y = 15$ D) $3x + y = 10$ E) $x - y = 1$
24. (1499) El producto $9 \times 99 \times 999$ es igual a:
- A) $10^6 - 10^5 + 10^4 - 10^3 + 10^2 - 10 + 1$ B) $10^6 - 10^5 - 10^4 - 10^3 + 10^2 + 10 - 1$
 C) $10^6 - 10^5 - 10^4 + 10^2 + 10 - 1$ D) $10^6 - 10^5 - 10^4 - 10^3 - 10 + 1$
 E) $10^6 - 10^5 - 10^4 - 10^3 + 10^2 + 1$
25. (1500) Un vértice de una cruz griega (cruz de brazos iguales) de lado 4 cm es el centro de un cuadrado de lado 10 cm. ¿Cuál es el área, en cm^2 , de la región sombreada?
- 
- A) 25 B) $16\sqrt{2}$ C) 20 D) $16\sqrt{5}$ E) 16

VIII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2006. 2ª FASE
PRUEBA Nº 64

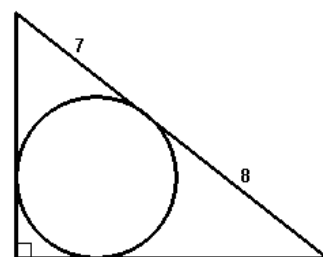
1. (1576) Si $x + y = 5$ y $x^2 + y^2 = 111$, entonces $x^3 + y^3 =$
- A) 115 B) 227 C) 300 D) 555 E) 770
2. (1577) Para construir el cuadrado A (1×1) se han utilizado 4 palillos y para construir el cuadrado B (2×2) se han necesitado 12. ¿Cuántos se necesitan para construir un cuadrado de 20×20 ?
- A) 800 B) 820 C) 840 D) 860 E) 880
- 
3. (1578) Los tres lados de un triángulo, expresados en centímetros son: a , $a+1$ y $a+2$. Los posibles valores de a son:
- A) $a > 0$ B) $0 < a < 1$ C) $a > 1$ D) $0 < a < 2$ E) $a = 1$
4. (1579) La suma $123,456^2 + 123,456 + 124,456$ es el cuadrado de:
- A) 124,456 B) 123,463 C) 123,467 D) 123,473 E) 123,477
5. (1580) Al simplificar $\frac{1}{ab + b^2} + \frac{1}{a^2 + ab}$ obtendremos:
- A) $\frac{1}{ab}$ B) $\frac{1}{a^2 + b^2}$ C) $\frac{a+b}{ab}$ D) $\frac{2}{(a+b)^2}$ E) $\frac{2}{ab(a+b)}$

6. (1581) Si x e y son números enteros positivos y tales que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ el mayor valor que puede tener y es:

A) 60 B) 84 C) 96 D) 156 E) 288

7. (1582) Se inscribe una circunferencia en un triángulo rectángulo. El punto de tangencia de la circunferencia y la hipotenusa divide a la hipotenusa en dos segmentos de longitudes 8 y 7 cm. El área del triángulo es:

A) 28 B) 49 C) 56 D) 60 E) 64

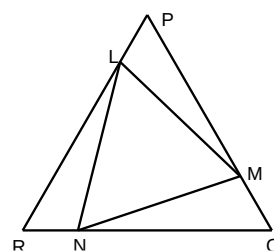


8. (1583) En una bolsa hay seis bolas numeradas del 1 al 6. Se extraen dos bolas a la vez y llamamos p a la probabilidad de que la diferencia de sus números sea 1. ¿Cuál de los siguientes números está más cerca de p ?

A) 0,25 B) 0,30 C) 0,35 D) 0,40 E) 0,20

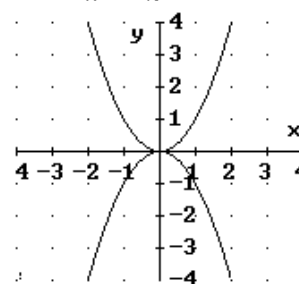
9. (1584) ¿Cuál es la razón entre el área del triángulo equilátero mayor PQR y el área del triángulo equilátero menor LMN? $RN = 1\text{cm}$, $NQ = 5\text{cm}$.

A) 36/25 B) 12/5 C) 6/5 D) 12/7 E) 25/21



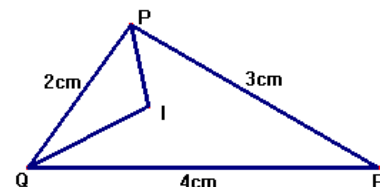
10. (1585) ¿Cuál de las ecuaciones describe mejor la gráfica que se muestra?

A) $y = |x|^2$ B) $|y| = x^2$ C) $y^2 = x^2$ D) $y = \pm\sqrt{x}$ E) $\sqrt{|y|} = x$



11. (1586) Las longitudes de los lados del triángulo PQR son $PQ=2$, $QR=4$ y $RP=3$. Las bisectrices de los ángulos P y Q se intersectan en el punto I . ¿Cuál es la razón entre el área del triángulo PIQ y el área del triángulo PQR?

A) 1 : 3 B) 1 : 4 C) 2 : 9 D) 2 : 11 E) 3 : 19



12. (1587) La suma de las dos raíces distintas de la ecuación: $x^2 + 3x + 2 = |x + 1|$ es:

A) -4 B) 4 C) 0 D) -1 E) 2

13. (1588) ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $\frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} + x^2 - 4 = 0$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14. (1589) El número entero positivo n que satisface la ecuación:

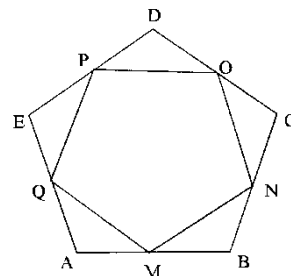
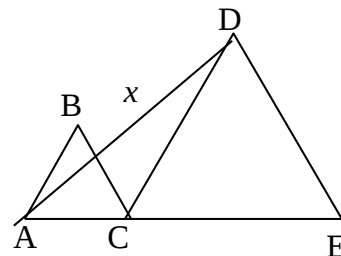
$$\frac{n^3-3}{n^3} + \frac{n^3-4}{n^3} + \frac{n^3-5}{n^3} + \frac{n^3-6}{n^3} + \dots + \frac{5}{n^3} + \frac{4}{n^3} + \frac{3}{n^3} = 169 \text{ es:}$$

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

15. (1590) Si $3/2 < x < 5/2$, el valor de $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ es:

A) 1 B) 2 C) $2x - 4$ D) $4 - 2x$ E) Ninguna de las anteriores

16. (1591) La gráfica definida por la expresión: $|x| + |y| = 4$ encierra una región de área:
- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64
17. (1592) Si la suma de n números naturales consecutivos es 2006, de los siguientes números, n sólo podría ser uno de ellos. ¿Cuál?
- A) 2 B) 13 C) 17 D) 34 E) 118
18. (1593) Sobre la recta ACE se apoyan dos triángulos equiláteros ABC y CDE con $AC = \sqrt{2}$ cm y $CE = \sqrt{8}$ cm. La medida de $x = AD$ es:
- A) $\sqrt{12}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{14}$ D) $\sqrt{15}$ E) 4
19. (1594) Sea m un número entero con $1 \leq m \leq 1000$. ¿Cuántos de estos mil valores de m hacen que alguna de las soluciones de la ecuación $6x^2 - 5mx + m^2 = 0$ sea entera?
- A) 333 B) 500 C) 667 D) 778 E) 833
20. (1595) Si b y c son los catetos de un triángulo rectángulo, la suma de los diámetros de las circunferencias inscrita y circunscrita a dicho triángulo es igual a:
- A) $b+c$ B) $2(b+c)$ C) $\frac{b+c}{2}$ D) $\sqrt{bc}$ E) $\sqrt{b^2+c^2}$
21. (1596) ¿Cuántos puntos de la recta $13x+19y=2006$ tienen sus coordenadas dadas por números enteros positivos?
- A) 0 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
22. (1597) Si $f(x) = x^2$ y $g(x) = 1 + \log_2 x$, entonces la suma de las soluciones de la ecuación $f(g(x)) - g(f(x)) = 4$ es igual a:
- A) 0 B) 5 C) $5/4$ D) $17/4$ E) 4
23. (1598) ¿Cuántos complejos z verifican la ecuación $z^4 = 8\bar{z}$? ($\bar{z}$ = conjugado de z)
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
24. (1599) Si ABCDE es un pentágono regular de 1 m^2 de área y M, N, O, P y Q son los puntos medios de sus lados, el área del pentágono regular MNO PQ, expresada en metros cuadrados, viene dada por:
- A) $\cos^2 36^\circ$ B) $\cos 72^\circ$ C) $\cos 36^\circ$ D) $\cos^2 54^\circ$ E) $\cos 54^\circ$
25. (1600) La simétrica de la parábola $y = -x^2 + 4x + 1$ con respecto al origen de coordenadas es:
- A) $y = x^2 - 4x + 1$ B) $y = x^2 + 4x - 1$ C) $y = x^2 - 4x - 1$
D) $y = -x^2 + 4x - 1$ E) Ninguna de las anteriores

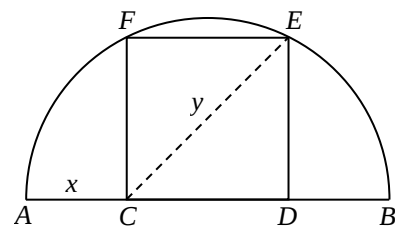


**IX CONCURSO DE PRIMAVERA. 2007. 1ª FASE
PRUEBA Nº 68**

1. (1676) Se tira una moneda tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan exactamente dos caras seguidas?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$
 2. (1677) ¿Cuál es la altura menor de un punto de la gráfica de la función $y = |x-1| + |x-2| + |x-3| + |x-4| + |x-5|$?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 10
 3. (1678) En la figura podemos ver dos cuadrados y un octógono regular que están inscritos unos en otros. Si el área del cuadrado grande es 48 cm^2 , el área del pequeño, en cm^2 , es:
A) 40 B) 36 C) 32 D) 28 E) 24
-
4. (1679) La función inversa (o recíproca) de $y = |x-3| + 2x$ es:
A) $y = |x+3| + \frac{1}{2}x$ B) $y = \frac{2x-3}{3} + \left| \frac{x-6}{3} \right|$ C) $y = \frac{2x-3}{3} - \frac{|x-6|}{3}$
D) $y = \frac{|x+3|}{3} + x$ E) $y = x - \frac{|x-3|}{3}$
 5. (1680) Sabiendo que la suma de los n primeros cuadrados, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$, es $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, entonces la suma de los diez primeros cuadrados pares, $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$ es:
A) 1444 B) 1540 C) 1556 D) 1596 E) 1616
 6. (1681) Se tira un dado cuatro veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan cuatro números distintos?
A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{1}{54}$ C) $\frac{5}{108}$ D) $\frac{1}{144}$ E) $\frac{24}{216}$
 7. (1682) ¿Cuál de los siguientes números no es raíz del polinomio $z^4 - 5z^2 - 36$?
A) $2i$ B) 2_{180° C) 2_{270° D) 3_{180° E) 3
 8. (1683) El triángulo curvilíneo de la figura, está formado por tres arcos de centro un vértice del triángulo equilátero y radio su lado, que mide 2 cm. ¿Cuál es el área, en cm^2 , del triángulo curvilíneo?
A) $2\pi + \sqrt{3}$ B) $\pi + \sqrt{3}$ C) $2(\pi - \sqrt{3})$ D) $\pi - \sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3} - \pi$
-
9. (1684) ¿Cuál de los siguientes números es primo?
A) $5^5 + 1$ B) $6^7 - 1$ C) $2^{18} + 1$ D) $4^{16} - 1$ E) $16^4 + 1$
 10. (1685) El valor mínimo de $f(x) = (x-5)^3 \cdot (x-1)$ es:
A) -27 B) -8 C) $-\frac{75}{8}$ D) -3 E) 0

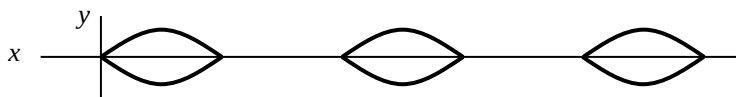
11. (1686) La recta tangente a $y = x^3 - 2x^2 + 1$ en $(1,0)$, además de tocar a la curva en $(1,0)$ la corta también en:
 A) $(0, 1)$ B) $(-1, -4)$ C) $(2, 1)$ D) $(3, 10)$ E) $(-2, -11)$
12. (1687) ¿Cuántos “martes y 13” puede haber como mucho en un año?
 A) Uno B) Dos C) Tres D) Cuatro E) Cinco
13. (1688) Consideremos las funciones $f(x) = x^2 + 2bx + 1$ y $g(x) = 2a(x + b)$ donde las constantes a y b son números reales. Cada par de constantes a y b puede considerarse como un punto de coordenadas (a, b) en el plano. Si S es el conjunto de puntos (a, b) para los que la gráfica de $y = f(x)$ e $y = g(x)$ no se cortan, el área de S es:
 A) 1 B) π C) 4 D) 4π E) Infinita
14. (1689) ¿Cuántos triángulos rectángulos distintos verifican que su perímetro, en cm, y su área, en cm^2 , vienen dados por dos números iguales?
 A) Ninguno B) Uno C) Dos D) Cuatro E) Infinitos
15. (1690) El área total de un ortoedro (prisma recto rectangular) es 22 cm^2 y la suma de las longitudes de todas sus aristas es 24 cm. ¿Cuál es, en cm, la máxima distancia entre dos vértices de dicho ortoedro?
 A) $\sqrt{11}$ B) $\sqrt{12}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{14}$ E) No está unívocamente determinada
16. (1691) Una circunferencia de radio arbitrario puede cortar a la gráfica de la función $y = \sin x$ en:
 A) Dos puntos como máximo B) Cuatro puntos como máximo C) Seis puntos como máximo
 D) Ocho puntos como máximo E) Más de dieciséis puntos
17. (1692) Si el cociente entre el perímetro de un cuadrilátero en el que se pueda inscribir una circunferencia y la longitud de dicha circunferencia es k , ¿cuál es el cociente entre el área de dicho cuadrilátero y el área del círculo?
 A) $k\pi$ B) $\frac{k}{\pi}$ C) $\frac{k^2}{\pi}$ D) k^2 E) k
18. (1693) Consideremos las gráficas de $y = Ax^2$ e $y^2 + 3 = x^2 + 4y$ con $A > 0$. ¿En cuántos puntos se cortan?
 A) Cuatro B) Dos C) Depende de los valores de A
 D) Hay un valor positivo de A para el que no se cortan E) Nada de lo anterior
19. (1694) El volumen de un ortoedro es 8 cm^3 , su área total 32 cm^2 y sus tres dimensiones están en progresión geométrica. ¿Cuál es, en cm, la suma de las longitudes de todas sus aristas?
 A) 7 B) 14 C) 24 D) 28 E) 32
20. (1695) ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $|x - |2x + 1|| = 3$?
 A) Ninguna B) Una C) Dos D) Tres E) Cuatro
21. (1696) Si $f(x) = 10x$ y $f(g(x)) = -5x$ entonces $g(x)$ es igual a:
 A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{x}{2}$ C) $-\frac{x}{10}$ D) $-\frac{1}{10}$ E) $-2x$

22. (1697) En un concurso de opción múltiple y con 30 problemas, se puntúa con 12 puntos cada respuesta correcta, se restan 7 puntos por cada respuesta incorrecta y 0 por cada respuesta en blanco. Si Antonio obtuvo 234 puntos, ¿cuántas respuestas dejó en blanco?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
23. (1698) Si m y n son enteros, con $1 \leq m < n$, ¿cuántas soluciones positivas tiene la ecuación $x^n - x^m - 1 = 0$?
- A) Ninguna B) n C) Una D) $n - m$ E) Es posible cualquier número de soluciones
24. (1699) En una semicircunferencia de diámetro AB inscribimos un cuadrado $CDEF$ como se muestra en la figura. Si $AC = x$ y $CE = y$, entonces $\frac{x}{y}$ es igual a:
- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{2}}$ D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{2}}$ E) $\frac{3}{5}$
25. (1700) $\arctg\left(\frac{1}{10}\right) + \arctg\left(\frac{1}{17}\right)$ es igual a:
- A) π B) $\arctg\left(\frac{1}{3}\right)$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\arctg\left(\frac{1}{7}\right)$ E) $\arctg\left(\frac{27}{169}\right)$



IX CONCURSO DE PRIMAVERA. 2007. 2ª FASE PRUEBA Nº 72

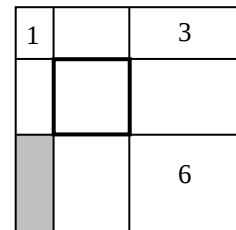
1. (1776) En un examen de Matemáticas, puntuando de 0 a 10, la media de los 12 primeros de la lista, en una clase de 20 estudiantes, fue 6,5. ¿Qué podemos concluir sobre la media m de los 20 estudiantes de la clase?
- A) $0,325 \leq m \leq 6,5$ B) $3,25 \leq m \leq 6,5$ C) $3,9 \leq m \leq 6,5$ D) $3,9 \leq m \leq 7,9$ E) $6,5 \leq m \leq 7,5$
2. (1777) En el cubo $ABCDEFGH$, apoyado sobre la cara $ABCD$, los vértices E, F, G y H están en la misma arista que A, B, C y D respectivamente. ¿Cuál es el coseno del ángulo $\hat{C}AG$?
- A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. (1778) Si n es un entero con $1 \leq n \leq 9$, ¿cuál será el valor de $\frac{0'n}{0'\bar{n}}$?
- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{9}{10}$ C) 1 D) $\frac{10}{9}$ E) Depende de n
4. (1779) En el triángulo isósceles ABC , con $AB = AC$, se verifica que el ángulo $\hat{BCD}$ es igual al ángulo $\hat{BAC}$, siendo D el punto medio de AB . ¿Cuál es el coseno de este ángulo?
- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ E) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
5. (1780) ¿Cuál de las siguientes expresiones podría ser la ecuación de una curva de la que un trozo de su gráfica se muestra en la figura adjunta?
- A) $y = \sen x$ B) $|y| = \sen x$ C) $y = |\sen x|$ D) $|y| = |\sen x|$ E) Nada de lo anterior



6. (1781) Si h , h_1 , h_2 denotan las alturas de un triángulo, ¿cuáles de los siguientes números no pueden ser proporcionales a sus longitudes?

A) 2, 3 y 4 B) 2, 3 y 5 C) 2, 4 y 5 D) 3, 4 y 5 E) 3, 4 y 6

7. (1782) Dividimos un cuadrado en 9 rectángulos con rectas paralelas a los lados como muestra la figura. El rectángulo central resulta ser otro cuadrado y las áreas de tres rectángulos de las esquinas, en cm^2 , son las que te mostramos. ¿Cuál es, en cm, el perímetro del rectángulo sombreado?



A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) 2 C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $\frac{11\sqrt{3}}{3}$

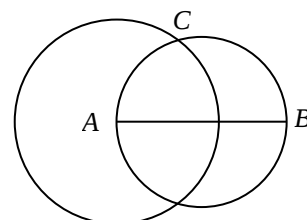
8. (1783) De las siguientes expresiones, ¿cuál es igual a $\sin^3 x + \cos^3 x$ para cualquier x ?

A) $\sin 3x + \cos 3x$ B) 1 C) $(\sin x + \cos x)^3$
D) $(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cdot \cos x)$ E) $(\sin x + \cos x)(\sin 2x + 1)$

9. (1784) Si $\cos \theta = \frac{1}{2}$, ¿cuál de las siguientes expresiones no puede ser igual a $\sin 2\theta$?

A) $\sin \theta$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $2 \sin \theta \cos \theta$

10. (1785) La circunferencia pequeña de la figura tiene 10 cm de radio y AB es uno de sus diámetros. La circunferencia grande, de centro A , tiene 12 cm de radio y corta a la pequeña en C . ¿Cuál es, en cm, la medida de la cuerda CB ?



A) 8 B) 10 C) 12 D) $10\sqrt{2}$ E) 16

11. (1786) Un corredor de fondo recorre cierta distancia a una velocidad v m/s y luego recorre la mitad de esa distancia a u m/s. Si el tiempo total que ha empleado ha sido de t segundos, ¿cuál ha sido, en m, la distancia total recorrida?

A) $\frac{3tuv}{u+2v}$ B) $\frac{3tuv}{2u+v}$ C) $\frac{3t}{u+2v}$ D) $\frac{tuv}{2u+v}$ E) $\frac{2tuv}{2u+v}$

12. (1787) Si la recta $y = 3x + 4$ se refleja en la recta $y = -x$, ¿cuál es la ecuación de la recta imagen?

A) $3y = x + 4$ B) $3y = x - 4$ C) $y = 3x - 4$ D) $y = -3x - 4$ E) $y = 4x - 5$

13. (1788) ¿Qué número ocupa el lugar 2007 en la sucesión 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, ...?

A) 55 B) 59 C) 63 D) 67 E) 71

14. (1789) Si cada base de un trapecio decrece en un 10 % y la altura crece en un 10 %, ¿cuál es el porcentaje de cambio en el área?

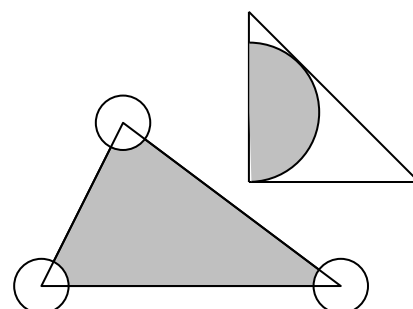
A) Decrece un 10 % B) Decrece un 1 % C) No cambia D) Crece un 10 % E) Decrece un 20 %

15. (1790) Los catetos del triángulo rectángulo miden 1. ¿Cuál es el radio del semicírculo sombreado?

A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $3 - 2\sqrt{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $2 - \sqrt{2}$

16. (1791) El área del triángulo de la figura es 80 m^2 y el radio de los círculos centrados en los vértices es 2 m. ¿Cuál es el área, en m^2 , de la zona sombreada?

A) 76 B) $80 - 2\pi$ C) $40 - 4\pi$ D) $80 - \pi$ E) 78π



17. (1792) Las soluciones de la ecuación $x^2 - Ax + B = 0$ son dos números naturales distintos, de dos dígitos cada uno y cuyas cifras están intercambiadas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente verdadera?

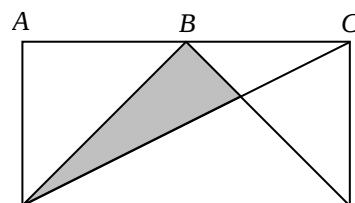
A) B es capicúa B) A es múltiplo de 11 C) $A = B$
 D) B es un múltiplo de 11 E) A es múltiplo de 10

18. (1793) ¿Para cuántos valores enteros de p resulta que $4^{\frac{p-1}{p+1}}$ también es entero?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

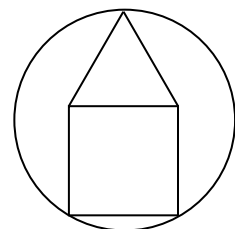
19. (1794) Sabiendo que B es el punto medio de AC y que la base del rectángulo es 2 y su altura es 1, ¿cuál es el área del triángulo sombreado?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



20. (1795) La figura muestra un cuadrado y un triángulo equilátero con un lado común. Si el lado del cuadrado mide 2, ¿cuánto mide el radio de la circunferencia circunscrita a la figura?

A) $\frac{9}{4}$ B) $4 - \sqrt{3}$ C) $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ D) 2 E) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{2}$



21. (1796) En una bolsa hay 3 bolas rojas y una azul. Se extraen sin mirar dos bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

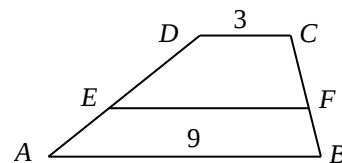
22. (1797) ¿Cuál es la penúltima cifra de 11^{48} ?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

23. (1798) Dividimos el trapecio de bases 9 y 3 de la figura por un segmento paralelo a las bases, de forma que los dos trapecios formados tienen igual perímetro. Si

$AD = 6$ y $BC = 4$, ¿cuál es el valor del cociente $\frac{AE}{AD}$?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{5}$



24. (1799) Nadal y Federer juegan en tierra batida un partido a 3 sets, es decir, vence quien gana 2 sets. Si la probabilidad que tiene Nadal de ganar cada set es un 60 %, ¿qué probabilidad tiene Nadal de salir victorioso en el partido?

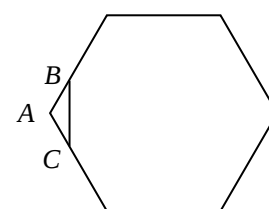
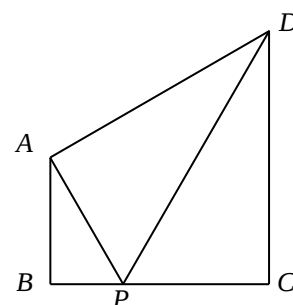
A) 0,6 B) 0,648 C) 0,504 D) 0,36 E) 0,75

25. (1800) En el segmento BC , marcamos los puntos D y E que lo dividen en tres segmentos iguales. Si $BD^2 + BE^2 = k \cdot BC^2$, el valor de k es:

A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) $\frac{1}{4}$

X CONCURSO DE PRIMAVERA. 2008. 1ª FASE
PRUEBA Nº 76

1. (1876) Una parábola de eje vertical y vértice $V(2, 1)$, que pasa por $(4,9)$, también pasa por:
 A) $(1,2)$ B) $(1, 3)$ C) $(1, 4)$ D) $(1, 5)$ E) $(1,6)$
2. (1877) Si un rombo de 10 cm de lado tiene un ángulo de 30° , entonces su área, en cm^2 , es:
 A) 50 B) $50\sqrt{2}$ C) $50\sqrt{3}$ D) 60 E) $20\sqrt{3}$
3. (1878) El radio, en cm, de la circunferencia circunscrita a un triángulo con un lado que mide 4 cm y ángulo opuesto de 30° es:
 A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 3 E) 4
4. (1879) ¿Cuántas soluciones formadas por enteros positivos tiene la ecuación $4x + 3y + 2z = 18$?
 A) tres B) cinco C) seis D) ocho E) nueve
5. (1880) Un triángulo acutángulo tiene dos lados que miden 10 y 15 cm. De las medidas: 5, 10, 15, 18 y 20 cm, ¿cuántas pueden corresponder al tercer lado?
 A) una B) dos C) tres D) cuatro E) cinco
6. (1881) El resto de dividir un polinomio por $x - 5$ es 2 y el resto de dividirlo por $x - 2$ es 5. ¿Cuál es el resto de dividirlo por $x^2 - 7x + 10$?
 A) $3x + 7$ B) $-3x + 10$ C) $-x + 7$ D) $2x + 3$ E) $3x + 2$
7. (1882) Al dividir un número entre 5 da resto 3, y al dividirlo por 7 da resto 2. ¿Cuál es el resto al dividirlo por 35?
 A) 24 B) 12 C) 5 D) 9 E) 23
8. (1883) Se tira una moneda tres veces y se gana si salen dos caras seguidas. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?
 A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{4}$
9. (1884) Los tres triángulos de la figura son rectángulos y semejantes. Si el segmento BC mide 12 cm, el área, en cm^2 , del trapecio ABCD es:
 A) 108 B) $72\sqrt{2}$ C) $72\sqrt{3}$ D) 96 E) $64\sqrt{6}$
10. (1885) Mi casa dista del colegio 840 m. Al ir y al volver camino a una velocidad uniforme, si bien a la ida voy un tercio más rápido que a la vuelta. ¿A qué distancia de mi casa está el punto en el que los tiempos empleados en ir desde casa y volver desde el colegio son los mismos?
 A) 210 m B) 240 m C) 360 m D) 420 m E) 480 m
11. (1886) El hexágono regular de la figura tiene área 216 cm^2 . En el triángulo isósceles ABC, el lado AB es un tercio del lado del hexágono. ¿Cuál es, en cm^2 , el área de dicho triángulo?
 A) 16 B) 12 C) 9 D) 6 E) 4



12. (1887) ¿Cuáles son las dos últimas cifras de 51^{48} ?
- A) 81 B) 61 C) 41 D) 21 E) 01
13. (1888) $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6^2}\right) =$
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{17}{18}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{3}$
14. (1889) Los triángulos ABC y ADC son isósceles con $AB = BC$ y $AD = DC$. Si el punto D está dentro del triángulo ABC , siendo el ángulo $\hat{ABC} = 40^\circ$ y el ángulo $\hat{ADC} = 140^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo $\hat{BAD}$?
- A) 20° B) 30° C) 40° D) 50° E) 60°
15. (1890) La media de las edades de todos los miembros de una familia compuesta por padre, madre y varios hijos es 20 años. Si el padre tiene 48 años y la media de las edades de la madre y de todos los hijos es 16, ¿cuántos hijos tienen?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
16. (1891) Si m y n son dos enteros positivos con $75m = n^3$, ¿cuál es el mínimo valor posible de $m + n$?
- A) 15 B) 30 C) 50 D) 60 E) 5700
17. (1892) Si el número a verifica $a + \frac{1}{a} = 4$, ¿cuál es el valor de $a^4 + \frac{1}{a^4}$?
- A) 256 B) 164 C) 172 D) 192 E) 194
18. (1893) ¿Cuántas parejas (m, n) de enteros positivos, con $m > n$, verifican $m^2 - n^2 = 96$?
- A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12
19. (1894) Si $\sin a + \sin b = \sqrt{\frac{5}{3}}$ y $\cos a + \cos b = 1$, $\cos(a - b)$ es igual a:
- A) $\sqrt{\frac{5}{3}} - 1$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1
20. (1895) La función f verifica que $f(3x - 1) = x^3 + x + 1$ para cualquier número real x . ¿Cuál es el valor de $f(5)$?
- A) 7 B) 13 C) 31 D) 11 E) 131
21. (1896) Considera las progresiones aritméticas 2001, 2008, 2015, ... y 1999, 2008, 2017, ¿Cuál es el siguiente número, después del 2008, que aparece en las dos?
- A) 2080 B) 2078 C) 2071 D) 2106 E) 2134
22. (1897) ¿Cuál es el mayor número que al dividirlo entre 2008 nos da que el cociente es igual que resto?
- A) 4034072 B) 4018 C) 4030054 D) 4032063 E) 2009

23. (1898) En la figura adjunta los segmentos de longitudes BG , CF y DE son paralelos. Si $AG = 3$, $GF = 4$, $FE = 3$, $DE = 5$, $BG = x$ y $CF = y$, ¿cuánto vale $x + y$?

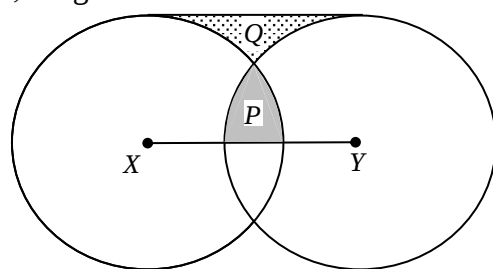
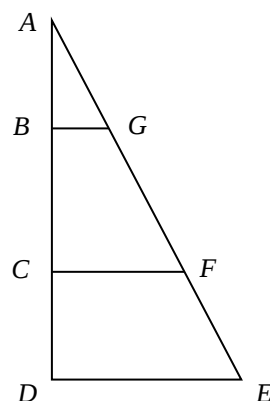
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

24. (1899) Si $y = \frac{x}{x + \frac{x}{x+y}}$, ¿para cuál de los valores siguientes de x resulta que y no es un número real?

A) -6 B) -3 C) 1 D) 3 E) 6

25. (1900) Los puntos X e Y son los centros de dos círculos de radio 1 cm. Si el área de la región P es la misma que el área de la región Q , la longitud del segmento XY , en cm, es igual a:

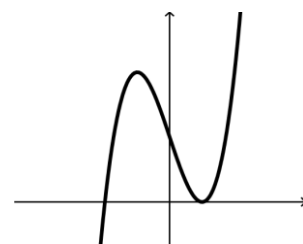
A) 1,5 B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) 1,4 E) 1,6



X CONCURSO DE PRIMAVERA. 2008. 2ª FASE PRUEBA Nº 80

1. (1976) ¿Cuál de las siguientes funciones describe mejor la gráfica que se muestra?

A) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ B) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ C) $f(x) = x^3 - 3x + 2$
D) $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ E) $f(x) = x^3 - 3x - 2$



2. (1977) ¿Cuántos números de 4 cifras verifican que la suma de la cifra de las unidades, la cifra de las decenas y el número formado por las dos primeras cifras es igual al número formado por las dos últimas cifras?

A) 10 B) 45 C) 50 D) 80 E) 90

3. (1978) Si $a + b + c = 7$ y $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{7}{10}$, ¿cuál es el valor de $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{9}{7}$ C) $\frac{10}{7}$ D) $\frac{17}{10}$ E) $\frac{19}{10}$

4. (1979) En un grupo de 1º de Bachillerato hay al menos 28 estudiantes. El número de chicos es estrictamente superior al doble de la diferencia entre el número de chicas y 12. El número de chicas es estrictamente superior a 9 veces la diferencia entre el número de chicos y 10. ¿Cuál es la diferencia entre el número de chicas y el número de chicos?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

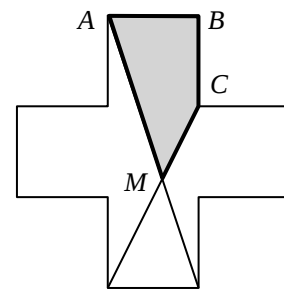
5. (1980) Si $S = (x + 20) + (x + 21) + (x + 22) + \dots + (x + 100)$ siendo x un entero positivo, ¿cuál es el menor valor de x para el que S es un cuadrado perfecto?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 64

6. (1981) Entre los números 1, 2, 3, ..., 2008 elegimos 4 al azar a , b , c y d , pudiendo aparecer números repetidos. ¿Cuál es la probabilidad de que el número $a \cdot d - b \cdot c$ sea par?

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{9}{16}$ E) $\frac{5}{8}$

7. (1982) Los doce lados del polígono de la figura son de igual longitud, 4, y cualesquiera dos consecutivos se cortan en ángulo recto. ¿Cuál es el área del cuadrilátero $ABCM$?

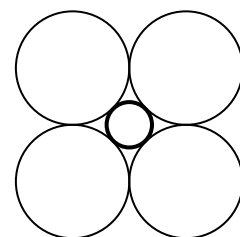


- A) $\frac{44}{3}$ B) 16 C) $\frac{88}{5}$ D) 20 E) $\frac{62}{3}$
8. (1983) Diego se encuentra en un cierto punto en el camino entre su casa y el parque. Quiere ir al parque y no sabe si ir directamente o ir a casa, coger la bicicleta e ir en bicicleta al parque. Si en bicicleta va 7 veces más rápido que a pie y las dos opciones le llevan igual cantidad de tiempo, ¿cuál es el cociente entre la distancia a casa y la distancia al parque desde el punto en el que se encuentra?

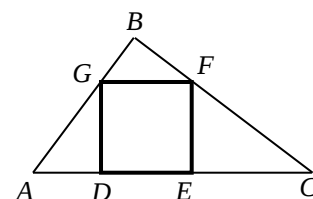
- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{6}{7}$
9. (1984) El radio de la circunferencia circunscrita a un triángulo cuyos lados están en la relación 3 : 4 : 5 es 3. ¿Cuál es el área de dicho triángulo?

- A) 5π B) 12 C) 8,64 D) 17,28 E) 18
10. (1985) En el interior de un triángulo equilátero señalamos un punto P que dista 1, 2 y 3 de cada uno de los tres lados del triángulo. ¿Cuál es la longitud del lado de dicho triángulo?

- A) 4 B) $3\sqrt{3}$ C) 6 D) $4\sqrt{3}$ E) 9
11. (1986) Un círculo de radio 1 está rodeado por 4 círculos de radio r como se muestra en la figura. ¿Cuál es el valor de r ?



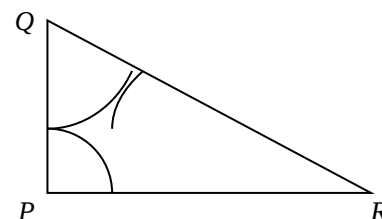
- A) $\sqrt{2}$ B) $1 + \sqrt{2}$ C) $\sqrt{6}$ D) 3 E) $2 + \sqrt{2}$
12. (1987) Cortamos una pirámide cuadrangular regular por un plano paralelo a la base y que dista 2 cm de ella. Si el área lateral de la pirámide que queda arriba es la mitad del área lateral de la pirámide original, ¿cuánto mide, en cm, la altura de ésta?
- A) 2 B) $2 + \sqrt{2}$ C) $1 + 2\sqrt{2}$ D) 4 E) $4 + 2\sqrt{2}$
13. (1988) En el triángulo rectángulo ABC de la figura, $AB = 3$ y $BC = 4$. Si el cuadrilátero $DEFG$ es un cuadrado, ¿cuánto mide su lado?



- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{60}{37}$ C) $\frac{12}{7}$ D) $\frac{23}{13}$ E) 2
14. (1989) Sea n el menor entero positivo divisible por 36 y que, escrito en notación usual, sólo tiene cuatros y nueves, al menos uno de cada. ¿Cuáles son las cuatro últimas cifras de n ?

- A) 4444 B) 4494 C) 4944 D) 9444 E) 9944

15. (1990) En el triángulo rectángulo PQR de la figura, con $QR = 17$ cm y $PR = 15$ cm, hemos dibujado, con centros en P , Q y R los arcos que ves, de forma que cada uno toca a los otros dos. ¿Cuál es, en cm, el radio del arco con centro R ?



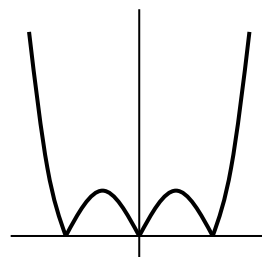
- A) 10 B) 10,5 C) 11 D) 11,5 E) 12

16. (1991) ¿Cuál es el valor de la siguiente suma: $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + 10 \cdot 2^{10}$?

- A) $9 \cdot 2^{11}$ B) $10 \cdot 2^{11}$ C) $11 \cdot 2^{10}$ D) $11 \cdot 2^{11}$ E) $10 \cdot 2^{12}$

17. (1992) ¿Cuántas funciones continuas $y = f(x)$ hacen que la gráfica de $y = |f(x)|$ sea la de la figura?

- A) 16 B) 12 C) 8 D) 4 E) 2



18. (1993) ¿Cuántos números de 12 a 12345, ambos incluidos, están formados por dígitos consecutivos y en orden creciente leídos de izquierda a derecha?

- A) 10 B) 13 C) 18 D) 22 E) 25

19. (1994) El año 2003 fue el último año primo y el próximo es 2011. ¿Cuántos divisores cuadrados perfectos tiene 2011^{2011} más que 2003^{2003} ?

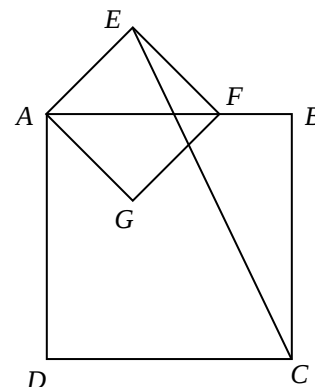
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 2007

20. (1995) El precio de 5 peras, 3 naranjas y 2 melones es 3,18 € y el de 4 peras, 8 naranjas y 3 melones es 4,49 €. ¿Cuántos céntimos de euro es más cara una pera que una naranja?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) Falta información

21. (1996) El cuadrado $ABCD$ de la figura mide 4 cm de lado y el cuadrado $AEFG$, 2 cm de lado. ¿Cuál es, en cm, la longitud de CE ?

- A) 5 B) $5 + \sqrt{2}$ C) 6 D) 7 E) $4 + 2\sqrt{2}$



22. (1997) En una clase de 25 estudiantes hay 7 zurdos. Si elegimos al azar 2 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean zurdos?

- A) $\frac{7}{15}$ B) $\frac{21}{50}$ C) $\frac{7}{100}$ D) $\frac{18}{25}$ E) $\frac{7}{25}$

23. (1998) Lanzamos dos dados y anotamos el valor absoluto de la diferencia entre los números que aparecen. ¿Qué valor es el más probable?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4 o más

24. (1999) Una escalera está apoyada en la pared formando un ángulo de 60° con el suelo. Si alejamos el punto de apoyo en el suelo 1 m de la pared, entonces la escalera forma un ángulo de 45° con el suelo. ¿Cuál es, en m, la longitud de la escalera?

- A) $\sqrt{2} + 1$ B) $2(\sqrt{2} + 1)$ C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\frac{2}{\sqrt{2} + 1}$

25. (2000) En julio de este año se celebrará en Madrid la XLIX Olimpiada Matemática Internacional en la que participan chicos y chicas de entre 15 y 18 años de 108 países. Pues a propósito de 49: si la suma de 49 enteros positivos consecutivos acaba en 2, ¿en qué cifra acaba el menor de dichos números?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 0

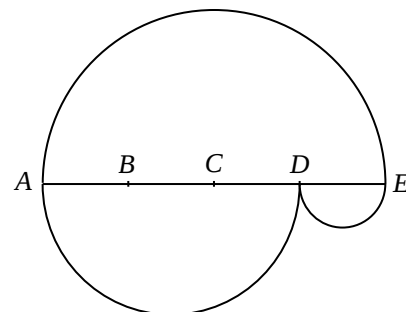
XI CONCURSO DE PRIMAVERA. 2009. 1ª FASE
PRUEBA N° 84

1. (2076) Ana, Beatriz y Carlos tienen en total 30 monedas. Si Carlos le da cuatro monedas a Ana, Beatriz cinco a Carlos y Ana dos a Beatriz, resulta que los tres tienen las mismas monedas. ¿Cuántas monedas tenía Ana al principio?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. (2077) Los puntos B , C y D dividen al segmento AE en cuatro partes iguales. ¿Cuál es el cociente entre las longitudes de los caminos de A a E siguiendo, por una parte, la semicircunferencia de diámetro AE y por otra, las dos semicircunferencias de diámetros AD y DE ?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

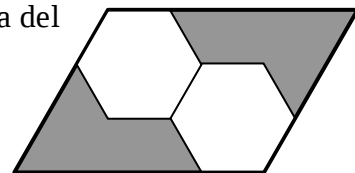


3. (2078) Si todos los lados del pentágono convexo $ABCDE$ son de igual longitud y los ángulos en A y B son rectos, ¿cuál es la medida del ángulo en E ?

A) 90° B) 108° C) 120° D) 135° E) 150°

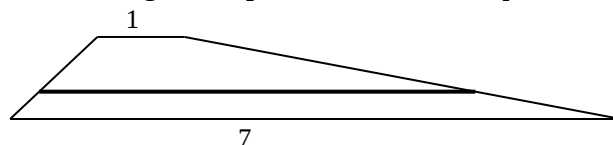
4. (2079) Si los dos hexágonos de la figura son regulares, ¿qué fracción del área del paralelogramo está sombreada?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{5}{12}$



5. (2080) En un trapecio de bases 1 y 7 cm y altura 1 cm, trazamos un segmento paralelo a las bases que divide al trapecio en dos trapecios de igual área. ¿Cuál es la medida, en cm, de ese segmento?

A) 4 B) 4,5 C) 5 D) 5,5 E) 6



6. (2081) Los lados del triángulo ABC tienen de longitud $AB = 5$, $BC = 6$ y $AC = 7$. Dos hormigas parten simultáneamente del punto A y recorren a la misma velocidad el borde del triángulo en direcciones distintas. Si se encuentran nuevamente en un punto D , ¿cuál es la distancia de A a D ?

A) $\sqrt{33}$ B) $\sqrt{34}$ C) $\sqrt{35}$ D) 6 E) $\sqrt{37}$

7. (2082) La edad de Juan, t años, es la suma de las edades de sus tres hijos. Si hace n años su edad era el doble de la suma de las edades de sus hijos, ¿cuánto vale el cociente $\frac{t}{n}$?

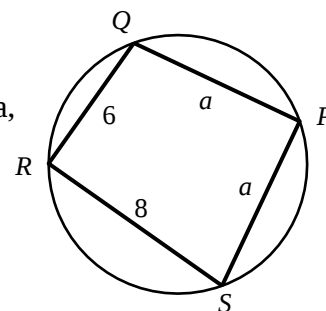
A) 2 B) $\frac{11}{3}$ C) 4 D) $\frac{25}{6}$ E) 5

8. (2083) A partir de un cuadrado de lado 1 dibujamos todos los cuadrados posibles que tienen al menos dos vértices en común con él. ¿Cuál es el área de la superficie cubierta por todos esos cuadrados?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9. (2084) El cuadrilátero $PQRS$ de la figura está inscrito en una circunferencia, tiene ángulos rectos en P y en R , dos de sus lados son iguales y los otros dos miden 6 y 8 cm. ¿Cuánto mide la tangente de su ángulo en Q ?

A) -7 B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{12}{7}$ D) $-\frac{5}{4}$ E) -5



10. (2085) La suma de los divisores de 10^6 es:

A) $\frac{10^7 - 1}{9}$ B) $\frac{2^7 \cdot 5^7 - 1}{9}$ C) $\frac{(2^7 - 1) \cdot (5^7 - 1)}{4}$ D) $\frac{2^7 + 5^7 - 1}{6}$ E) $3125 \cdot (2^7 - 1)$

11. (2086) El área de un octógono regular de lado a es:

A) $2\sqrt{2} \cdot a^2$ B) $(2 + \sqrt{2}) \cdot a^2$ C) $(4 - \sqrt{2}) \cdot a^2$ D) $(1 + 2\sqrt{2}) \cdot a^2$ E) $(2 + 2\sqrt{2}) \cdot a^2$

12. (2087) En la igualdad $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$ se sabe que x e y son enteros. ¿Cuál es el valor de x ?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

13. (2088) ¿Cuánto vale la suma $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 357^\circ + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) 2

14. (2089) Un semáforo tiene el siguiente ciclo: durante 30 segundos permanece verde, luego está amarillo 3 segundos y finalmente, rojo durante otros 30 segundos. Alicia permanece durante tres segundos observando el semáforo desde su casa. ¿Cuál es la probabilidad de que el semáforo cambie de color durante esos tres segundos?

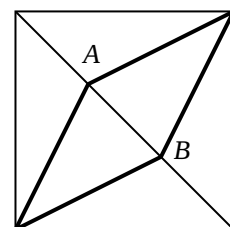
A) $\frac{8}{63}$ B) $\frac{5}{21}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

15. (2090) La suma de los términos de la progresión geométrica decreciente e ilimitada: $a, a \cdot r, a \cdot r^2, \dots$ es 7 y la progresión que sólo tiene potencias impares de r : $a \cdot r, a \cdot r^3, a \cdot r^5, \dots$ suma 3. ¿Cuál es el valor de $a + r$?

A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{12}{7}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

16. (2091) Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales. Si el área del cuadrado es 36 cm^2 , el lado del rombo de la figura, en cm, es:

A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $\sqrt{26}$



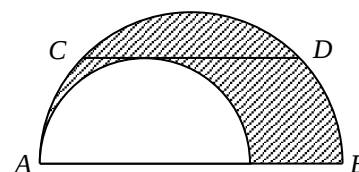
17. (2092) Sean a, b y c dígitos con $a \neq 0$ y n un número natural. Los enteros de tres cifras abc y acb dividen al intervalo $[n^2, (n+1)^2]$ en tres partes iguales. ¿Cuál es el valor de $a + b + c$?

A) 10 B) 13 C) 16 D) 18 E) 21

18. (2093) El paralelogramo limitado por las rectas $y = ax + c$, $y = ax + d$, $y = bx + c$, $y = bx + d$, tiene área 18 y el limitado por las rectas $y = ax + c$, $y = ax - d$, $y = bx + c$, $y = bx - d$, tiene área 72. Si a, b, c, d son enteros positivos, ¿cuál es el menor valor posible para $a + b + c + d$?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

19. (2094) En la figura adjunta se observan dos semicircunferencias tangentes en A , siendo la cuerda CD de la mayor paralela al diámetro AB y tangente a la menor. Si $CD = 4$, ¿cuál es el área rayada?



A) π B) $\frac{3}{2}\pi$ C) 2π D) 3π E) Falta información

20. (2095) Orlando, Pedro y Quino tiran, en ese orden, un dado. Si Orlando obtiene 1, 2 ó 3 gana si no obtiene esa puntuación tira Pedro que gana si saca 4 ó 5, y si no ha ocurrido nada de eso, tira Quino, que gana si obtiene 6. Así continúan, en ese orden, hasta que gane alguno. ¿Cuál es la probabilidad de que gane Quino?

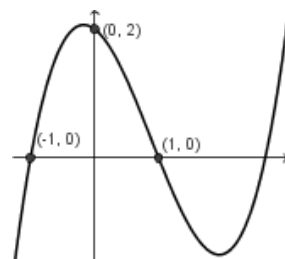
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{11}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{1}{17}$

21. (2096) ¿Cuál es el valor del ángulo agudo de un rombo de lado c , si c es media geométrica de las diagonales?

A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

22. (2097) La figura adjunta muestra la gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. ¿Cuánto vale b ?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4



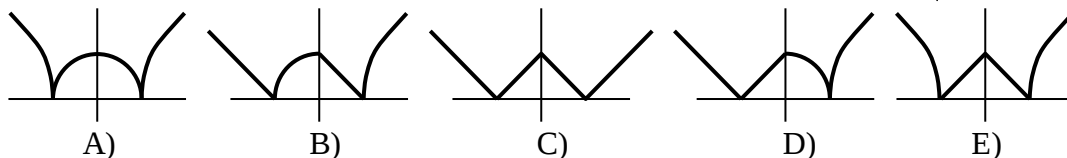
23. (2098) Si a es un número entero y b es un número positivo con $a \cdot b = \log_{10}(b)$ ¿Cuál es la mediana del conjunto $\left\{0, 1, a, b, \frac{1}{b}\right\}$?

A) 0 B) 1 C) a D) b E) $\frac{1}{b}$

24. (2099) ¿Cuántos triángulos rectángulos hay en los que las medidas de los catetos vienen dadas por números enteros y el número que expresa su área es el triple del que expresa su perímetro?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

25. (2100) ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función $f(x) = \sqrt{(1+x) \cdot (1-|x|)}$?



XI CONCURSO DE PRIMAVERA. 2009. 2ª FASE PRUEBA Nº 88

1. (2176) ¿Para cuántos enteros n es $\frac{n}{20-n}$ el cuadrado de un entero?

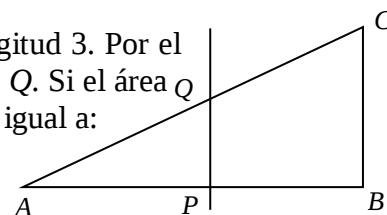
A) 1 B) 4 C) 7 D) 8 E) 9

2. (2177) Si $x \neq 0$ y $x \neq 1$, entonces $\frac{x-1-\frac{x-1}{x}}{\frac{1}{x-1}+1}$ es igual a:

A) $\frac{(x-1)^3}{x^2}$ B) $\frac{(x^2-2x-1)(x-1)}{x^2}$ C) $x-1$ D) $(x-1)^3$ E) Nada de lo anterior

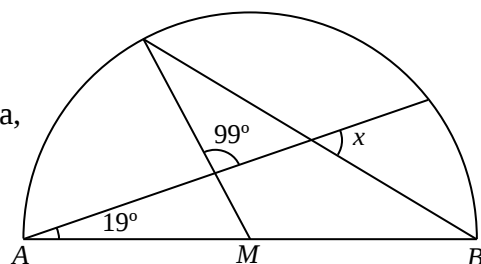
3. (2178) En el triángulo rectángulo ABC de la figura, el cateto AB tiene de longitud 3. Por el punto P , trazamos una paralela a BC que corta a la hipotenusa AC en el punto Q . Si el área del trapecio $PBCQ$ es el doble que el área del triángulo PQA , entonces, AP es igual a:

A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) $\sqrt{5}$



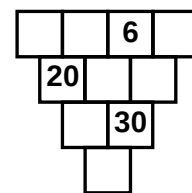
-

16. (2191) Trabajando juntas, Ana y Cati pintan un mural en 10 horas Ana y Gloria lo harían en 12 horas y Cati y Gloria en 15 horas. Si se pusieran las tres juntas a pintar, ¿en cuántas horas acabarían el mural?
- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10
17. (2192) Considera las circunferencias de ecuaciones $(x-10)^2 + y^2 = 36$ y $(x+15)^2 + y^2 = 81$. ¿Cuál es la longitud del segmento más corto tangente a ambas?
- A) 15 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24
18. (2193) Pablo nació en el último cuarto del siglo XX y, ¡qué curioso!, en el año x^2 cumplirá x años. ¿En qué año nació Pablo?
- A) 1991 B) 1985 C) 1990 D) 1975 E) 1980
19. (2194) Considera la sucesión de números 4, 7, 1, 8, 9, 7, 6, ... Para $n > 2$, el n -ésimo término de la sucesión es el dígito de las unidades de la suma de los dos anteriores. Si S_n representa la suma de los n primeros términos de esta sucesión, ¿cuál es el menor valor de n para el que $S_n > 10\,000$?
- A) 1979 B) 1989 C) 1999 D) 2009 E) 2019
20. (2195) Don Ramón nos asegura que los números a y b son positivos, que los tres números $(1, a, b)$ forman una progresión geométrica y que los tres números $(a, b, 3)$ forman una progresión aritmética. ¿Cuánto vale la suma $a + b$?
- A) $\frac{15}{4}$ B) 5 C) $\frac{15}{2}$ D) 4 E) $\frac{7}{2}$
21. (2196) Disponemos de una pareja de dados trucados. Cada dado verifica que la probabilidad de obtener un 2 es doble que la de obtener 1, la de obtener 3 triple que la de obtener 1, la del 4 cuádruple que la del 1, la del 5 quintuple que la del 1 y la del 6 seis veces más que la del 1. ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma 7 al tirarlos?
- A) $\frac{4}{63}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{8}{63}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{7}$
22. (2197) En un triángulo en el que la longitud de cada lado viene dada por un número entero, un lado es el triple de largo que otro, siendo 15 la longitud del tercer lado. ¿Cuál es el mayor valor posible para el perímetro?
- A) 43 B) 44 C) 45 D) 46 E) 47
23. (2198) Sea x un número elegido al azar en el intervalo $(0, 1)$. ¿Cuál es la probabilidad de que $\lfloor \log_{10} 4x \rfloor - \lfloor \log_{10} x \rfloor = 0$? ($\lfloor a \rfloor$ representa el mayor entero menor o igual que a)
- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{20}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$
24. (2199) En el interior del pentágono de vértices $A(0, 2)$, $B(4, 0)$, $C(2\pi + 1, 0)$, $D(2\pi + 1, 4)$, $E(0, 4)$, seleccionamos al azar un punto P . ¿Cuál es la probabilidad de que el ángulo APB sea obtuso?
- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{2}$
25. (2200) El punto M es el centro de la semicircunferencia de la figura, en la que se muestran algunos ángulos. ¿Cuál es el valor del ángulo señalado con x ?
- A) 50° B) 51° C) 52° D) 53° E) 54°

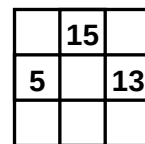


**XII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2010. 1ª FASE
PRUEBA Nº 92**

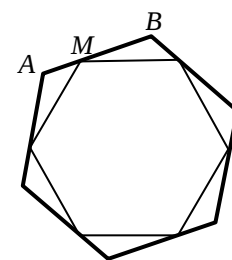
1. (2276) En la pirámide invertida de la derecha, se colocan en las casillas números enteros mayores que cero, de forma que el número de una casilla inferior sea suma de los dos números de las casillas superiores que la tocan. Si con este criterio rellenamos el resto de casillas, ¿cuál es el número mayor que puede aparecer en la casilla inferior?



2. (2277) Si acabamos de rellenar el cuadrado mágico de la figura (los tres números de cualquier fila, columna o diagonal suman lo mismo), ¿cuál es el número menor que aparece en el cuadrado?



3. (2278) En un hexágono regular de lado AB inscribimos otro hexágono regular con vértice en M , siendo $BM = 2MA$. Si el hexágono grande tiene 36 cm^2 de área, ¿cuál es, en cm^2 , el área del pequeño?

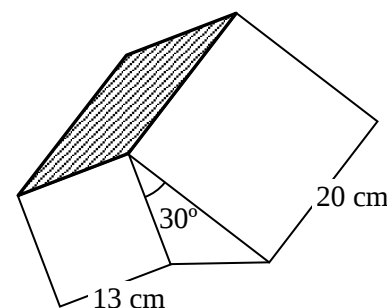


4. (2279) De todos los cuadriláteros inscritos en una circunferencia que verifican que dos de sus lados, de longitudes 6 y 8 cm, forman un ángulo recto, ¿cuál es, en cm^2 , el área del que tiene área máxima?

5. (2280) Uno de los números complejos z que verifican el sistema $\begin{cases} z \cdot t = 6_{60^\circ} \\ \frac{z}{t} = 3_{30^\circ} \end{cases}$ es:

A) $2 + 2\sqrt{3}i$ B) $2\sqrt{3} - 2i$ C) $3 + 3i$ D) $2 + 2i$ E) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

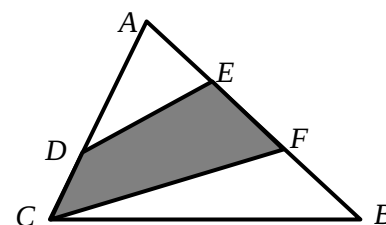
6. (2281) La figura está formada por dos cuadrados de lados 13 y 20 cm, un triángulo con el ángulo marcado de 30° , y un romboide. ¿Cuál es el área, en cm^2 , del romboide?



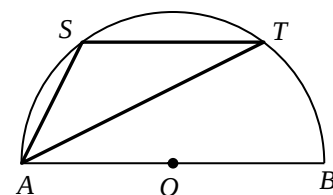
7. (2282) Las soluciones del sistema $\begin{cases} y = x^2 - 7x + 5 \\ x = y^2 - 7y + 5 \end{cases}$ verifican, o bien que $x - y = 0$, o bien que $x + y$ es igual a:

A) 1 B) 2 C) 6 D) -1 E) -2

8. (2283) En la figura que te mostramos, el área del triángulo ABC es 9, DC es un tercio de AC y los puntos E y F dividen a AB en tres partes iguales. ¿Cuál es el área del cuadrilátero sombreado?



9. (2284) En una semicircunferencia de centro O y radio r , trazamos una cuerda ST paralela al diámetro AB . Si llamamos α al ángulo SOT , ¿cuál es el área del triángulo AST en términos del radio r y el ángulo α ?



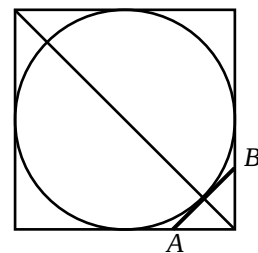
A) $r \cdot \sin^2 \alpha$ B) $r(\sin \alpha + \cos \alpha)$ C) $\frac{r^2 \cos \alpha}{2}$ D) $\frac{r^2}{2}$ E) $\frac{r^2 \sin \alpha}{2}$

10. (2285) Lanzamos al aire cinco veces una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos dos caras?

- A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{7}{16}$ D) $\frac{13}{16}$ E) $\frac{27}{32}$

11. (2286) ¿Qué longitud tiene el segmento AB, tangente a la circunferencia inscrita en un cuadrado de lado 1 y perpendicular a la diagonal?

- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $2 - \sqrt{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2} + 1$



12. (2287) Don Retorcido dice que 2010 es un número doblédé porque el número formado por sus dos primeras cifras es el doble del número formado por sus dos últimas cifras. ¿Cuántos números doblédés hay de cuatro cifras?

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

13. (2288) Si todos los marcianos veranean en Venus, entonces podemos asegurar que:

- A) Un ser que no veranee en Venus no es marciano
 B) Cualquiera que veranee en Venus es un marciano C) Ningún ser de Plutón veranea en Venus
 D) Todos los de Venus veranean en Marte E) Ningún ser de Plutón veranea en Marte

14. (2289) En una circunferencia señalamos diez puntos. ¿Cuál es la diferencia entre el número de heptágonos y el de triángulos cuyos vértices son algunos de esos puntos?

- A) 210 B) 35 C) 21 D) 4 E) 0

15. (2290) ¿Cuántos polinomios de grado cinco cuyos coeficientes en valor absoluto son todos 1 tienen la raíz 1?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 24

16. (2291) ¿Cuál es la probabilidad de que al tirar dos dados aparezcan en la cara superior números consecutivos?

- A) $0,1\overline{4}$ B) $0,1\overline{7}$ C) $0,2\overline{7}$ D) $0,3\overline{}$ E) $0,5\overline{}$

17. (2292) Si $\log_2(x - 16) = \log_4(x - 4)$, la suma de las cifras de x es:

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

18. (2293) El conjunto de soluciones de la inecuación $|x| + |x - 3| > 3$ es:

- A) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ B) $(-3, 3)$ C) $(-\infty, -3)$ D) $(-3, +\infty)$ E) Todos los números reales

19. (2294) Si $0 < x < \frac{\pi}{2}$ y $\operatorname{tg} x = \frac{a}{2}$, $\cos x$ es igual a:

- A) $\frac{2}{\sqrt{a^2 - 4}}$ B) $\frac{a}{\sqrt{a^2 - 4}}$ C) $\frac{2}{a + 2}$ D) $\frac{2}{\sqrt{a^2 + 4}}$ E) $\frac{a}{\sqrt{a^2 + 4}}$

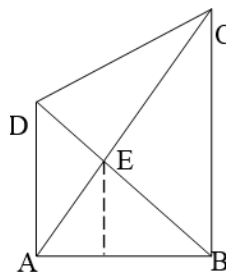
20. (2295) Si el radio de una circunferencia de longitud $\log b^4$ es $\log a^2$, ¿cuál es el valor de $\log_a b$?

- A) $\frac{1}{4\pi}$ B) $\frac{1}{\pi}$ C) π D) 2π E) $10^{2\pi}$

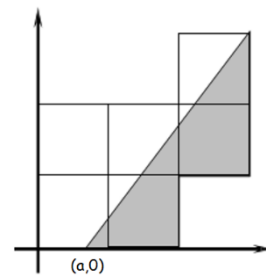
21. (2296) Sobre el lado AB del cuadrado ABCD, de lado 1, dibujamos el triángulo equilátero ABE, estando el vértice E en el interior del cuadrado. Sea R la región formada por los puntos interiores al cuadrado pero exteriores al triángulo equilátero cuya distancia a AD está comprendida entre $1/3$ y $2/3$.
¿Cuál es el área de R?
- A) $\frac{12-5\sqrt{3}}{72}$ B) $\frac{12-5\sqrt{3}}{36}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{18}$ D) $\frac{3-\sqrt{3}}{9}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{12}$
22. (2297) Si $k = 2^{2010} + 2010^2$, ¿cuál es la cifra de las unidades de $2^k + k^2$?
- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8
23. (2298) Una montaña con forma de cono y altura de 2000 m, tiene su base sobre el suelo del océano. La parte de la montaña que se ve sobre el agua constituye un octavo del volumen de la montaña entera.
¿Cuál es, en metros, la profundidad del océano en ese punto?
- A) 1000 B) $500(4-\sqrt{2})$ C) 1500 D) 1800 E) 1900
24. (2299) Sean A, B y C tres puntos de la gráfica de $y = x^2$ tales que la recta AB es paralela al eje OX, y el triángulo ABC, de área 2010, es rectángulo en C. ¿Cuál es la suma de las cifras de la segunda coordenada de C?
- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26
25. (2300) La suma de las cifras del menor entero positivo x que verifica que 5 es un divisor de $x + 7$ y 7 un divisor de $x + 5$ es:
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

XII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2010. 2ª FASE PRUEBA Nº 96

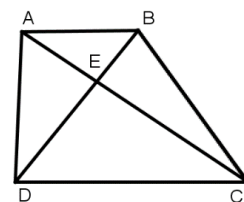
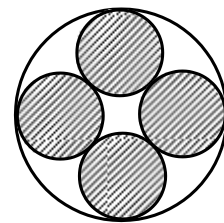
1. (2376) En el trapecio rectángulo ABCD de la figura, el lado AB = 6 cm, las diagonales se cortan en el punto E, que dista 3 cm de AB. Si la diagonal AC = 10 cm, la longitud, en cm, de la diagonal BD es:
- A) $\frac{36}{5}$ B) $\frac{12\sqrt{10}}{5}$ C) $\frac{6\sqrt{41}}{5}$ D) $\frac{12\sqrt{11}}{5}$ E) Nada de lo anterior
2. (2377) La ecuación, de incógnita x, $\ln(x + a) = \ln x + \ln a$ (x real, $a > 1$)
- A) No tiene solución B) Tiene solución única C) Tiene dos soluciones
D) Se verifica para todo x positivo E) El número de soluciones depende del valor de a
3. (2378) ¿Cuál de las siguientes igualdades puede ser falsa, siendo x, a y b números reales?
- A) $x^2 + 2x + 1 = |x + 1|^2$ B) $x^2 - a^2 = (x - a) \cdot (x + a)$ C) $a^2 - 2ab + b^2 = (-a + b)^2$
D) $1 - \sqrt{x^2} = 1 - x$ E) Ninguna de ellas
4. (2379) Se considera $x = 3$, $y = 1$, $z = 2$. Así pues $x = y + z$. En el siguiente razonamiento hay, evidentemente, un error. ¿En qué paso está el error?
- A) Como $x = y + z \Rightarrow x \cdot (x - y) = (y + z) \cdot (x - y)$
B) Si $x \cdot (x - y) = (y + z) \cdot (x - y) \Rightarrow x^2 - xy = yx + zx - y^2 - zy$
C) Si $x^2 - xy = yx + zx - y^2 - zy \Rightarrow x^2 - xy - xz = yx - y^2 - zy$
D) Si $x^2 - xy - xz = yx - y^2 - zy \Rightarrow x \cdot (x - y - z) = y \cdot (x - y - z)$
E) Si $x \cdot (x - y - z) = y \cdot (x - y - z) \Rightarrow x = y$



5. (2380) Alejandro, Belén y Carlos lanzan dos dados y miran la suma de los puntos. Si la suma es par, Alejandro se come una cereza si la suma es un número primo, Belén se come una cereza y si la suma es mayor que 6, Carlos se come una cereza. ¿Cuántas de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
- Alejandro y Carlos tienen la misma probabilidad de comer una cereza.
 - Belén nunca comerá una cereza en la misma partida que Alejandro.
 - La probabilidad de que Carlos coma una cereza es $\frac{5}{9}$.
 - Alejandro es el que tiene la mayor probabilidad de comer una cereza.
- A) Ninguna B) Una C) Dos D) Tres E) Todas
6. (2381) Cuando una botella está llena de agua hasta $\frac{2}{3}$ de su volumen, pesa A kg. Cuando está llena hasta la mitad, pesa B kg. ¿Cuántos kg pesará cuando esté totalmente llena?
- A) $\frac{2A}{3} + \frac{B}{3}$ B) $\frac{3A}{2} - \frac{B}{2}$ C) $\frac{3A}{2} + B$ D) $\frac{3A}{2} + 2B$ E) $3A - 2B$
7. (2382) En una circunferencia de centro O marcamos dos puntos A y C . Si B es un punto exterior tal que BA y BC son tangentes a la circunferencia y el triángulo ABC es equilátero, ¿cuánto vale el cociente $\frac{BD}{BO}$, siendo D la intersección de BO con la circunferencia?
- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
8. (2383) Si la recta $y = mx$ divide al triángulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 1)$ y $(6m, 0)$ en dos triángulos de igual área, la suma de todos los valores posibles de m es.
- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$
9. (2384) Dibujamos cinco cuadrados de lado 1 en el primer cuadrante de un sistema de coordenadas como se muestra en la figura. Si el área de la región sombreada es $\frac{5}{2}$, el valor de a es:
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$
10. (2385) ¿Cuál es el resto de la división de $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2010}$ entre 8?
- A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 7
11. (2386) ¿Cuántos enteros positivos menores que 1000 son seis veces la suma de sus dígitos?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 12
12. (2387) Si $f(x) = ax^2 + bx + c$ y $f(x+3) = 3x^2 + 7x + 4$, $a + b + c$ es igual a:
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3
13. (2388) ¿Para qué valor de n se verifica que la suma $i + 2 \cdot i^2 + 3 \cdot i^3 + 4 \cdot i^4 + \dots + n \cdot i^n$ es el número complejo $48 + 49 \cdot i$?
- A) 24 B) 48 C) 49 D) 97 E) 98
14. (2389) Hay dos circunferencias tangentes a la parte positiva de los ejes de coordenadas y tangentes exteriores a la circunferencia de centro $O \equiv (3, 0)$ y radio 1. La suma de sus radios es:
- A) 9 B) $\frac{17}{2}$ C) 8 D) $\frac{15}{2}$ E) 7

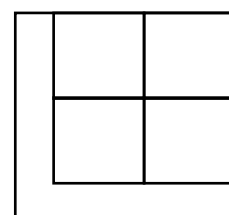
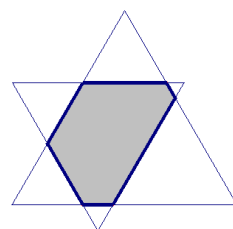


15. (2390) Sea $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, donde a , b y c son números complejos. Si $p(2010+102i) = p(2010) = p(102) = 0$. ¿Cuántas soluciones reales tiene como máximo la ecuación $0 = x^{12} + ax^8 + bx^4 + c$?
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10
16. (2391) Muchas catedrales góticas tienen ventanas como la de la figura: varios círculos iguales, tangentes dos a dos y un círculo grande tangente exterior a todos. En la figura hay cuatro círculos pequeños. ¿Cuál es el cociente entre la suma de las áreas de los cuatro pequeños y el área del grande?
- A) $3 - 2\sqrt{2}$ B) $2 - \sqrt{2}$ C) $4(3 - 2\sqrt{2})$ D) $\frac{1}{2}(3 - \sqrt{2})$ E) $2\sqrt{2} - 2$
17. (2392) ¿Cuál es el área del triángulo de vértices $A(4, 0)$, $B(0, 4)$ y $C(-2010, 4020)$?
- A) 4010 B) 4012 C) 4014 D) 4016 E) 4018
18. (2393) Una bolsa contiene 3 bolas rojas y 2 blancas. Sacamos las bolas sin mirar una a una. ¿Cuál es la probabilidad de que en algún momento sólo queden bolas blancas?
- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{7}{10}$
19. (2394) Si $\operatorname{sena} + \operatorname{senb} = \sqrt{\frac{5}{3}}$ y $\cos a + \cos b = 1$, $\cos(a - b)$ es igual a:
- A) $\sqrt{\frac{5}{3}} - 1$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1
20. (2395) En el interior del triángulo equilátero ABC elegimos un punto P . ¿Cuál es la probabilidad de que el área del triángulo ABP sea mayor que el área del triángulo ACP y que el área del triángulo BCP ?
- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$
21. (2396) ¿En qué intervalo está el número $\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{3}\right)} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{3}\right)}$?
- A) $(-2, -1)$ B) $(1, 2)$ C) $(-3, -2)$ D) $(2, 3)$ E) $(3, 4)$
22. (2397) En el triángulo ABC , con $AB = AC$, resulta que tanto el lado BC como la altura que parte de A vienen dadas por números enteros. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- A) $\operatorname{sen}\hat{A}$ es racional y $\operatorname{cos}\hat{A}$ irracional B) $\operatorname{sen}\hat{A}$ y $\operatorname{cos}\hat{A}$ son números racionales
 C) $\operatorname{sen}\hat{A}$ es irracional y $\operatorname{cos}\hat{A}$ racional D) $\operatorname{sen}\hat{A}$ y $\operatorname{cos}\hat{A}$ son irracionales
 E) La irracionalidad de $\operatorname{sen}\hat{A}$ y $\operatorname{cos}\hat{A}$ depende de los valores de BC y de la altura
23. (2398) Sea $M = \{(x, y) / y \geq x^2\}$ y $N = \{(x, y) / x^2 + (y - a)^2 \leq 1\}$. De las siguientes afirmaciones, ¿cuál es la condición necesaria y suficiente para que $M \cap N = N$?
- A) $a \geq \frac{5}{4}$ B) $a = \frac{5}{4}$ C) $a \geq 1$ D) $0 < a < 1$ E) $1 < a < \frac{5}{4}$
24. (2399) En el trapecio $ABCD$ de la figura, se verifica que $AB = 9$ y $CD = 12$. Las diagonales AC y BD se cortan en E . Si $AC = 14$ y los triángulos AED y BEC tienen igual área, ¿cuál es la longitud de AE ?
- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{50}{11}$ C) $\frac{21}{4}$ D) $\frac{17}{3}$ E) 6
25. (2400) El área de la región encerrada por la curva formada por los puntos (x, y) tales que $|x-1| + |y-1| = 1$, es:
- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) π E) 4



XIII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2011. 1ª FASE
PRUEBA N° 100

1. (2476) En el triángulo ABC , la bisectriz del ángulo B corta al lado AC en el punto D . Si el ángulo $\angle BDC$ mide 68° , ¿cuál es la diferencia entre los ángulos C y A ?
 A) 44° B) 120° C) 24° D) 30° E) Es imposible determinarlo
2. (2477) En una caja hay 9 tarjetas numeradas del 1 al 9. Antonio y Beatriz sacan cada uno una tarjeta de la caja. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la tarjeta de Antonio sea el doble o más que el número de la tarjeta de Beatriz?
 A) $\frac{7}{18}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{28}{81}$ D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{1}{3}$
3. (2478) Si a y b son los catetos de un triángulo rectángulo y d y D los diámetros de las circunferencias inscrita y circunscrita, $d + D$ es igual a:
 A) $a + b$ B) $2(a + b)$ C) $\frac{a+b}{2}$ D) $\sqrt{ab}$ E) $\sqrt{a^2 + b^2}$
4. (2479) El conjunto de todos los números reales x que verifican la desigualdad $2^{4^x} < 4^{2^x}$ es:
 A) $(-\infty, 1)$ B) $(0, 1)$ C) $(0, +\infty)$ D) $(-\infty, +\infty)$ E) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
5. (2480) Empezamos con un número, lo duplicamos y luego le restamos 1. Después de aplicar sucesivamente este procedimiento 99 veces se obtiene $2^{100} + 1$. ¿Con qué número empezamos?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
6. (2481) ¿Cuántos números formados por tres cifras consecutivas (no necesariamente ordenadas) tienen un número impar de divisores?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
7. (2482) El 80 % de los accidentes suceden al aire libre y el 20 % dentro de los edificios. Si el número de accidentes al aire libre se redujera en un 40 %, ¿en qué porcentaje disminuiría el número total de accidentes?
 A) 68 % B) 52 % C) 48 % D) 40 % E) 32 %
8. (2483) Dos triángulos equiláteros de lados paralelos, de perímetros 2011 y 1121 cm, se solapan como se muestra en la figura. ¿Cuál es, en cm, el perímetro del hexágono, común a ambos triángulos?
 A) 1040 B) 1041 C) 1042 D) 1043 E) 1044
9. (2484) La suma de las cifras del mayor número en el que cualquier pareja de cifras consecutivas es un cuadrado perfecto es:
 A) 45 B) 36 C) 28 D) 27 E) 22
10. (2485) Un cuadrado de área 125 cm^2 se divide en cinco trozos de igual área, cuatro cuadrados y un trozo en forma de L como se indica en la figura. La longitud, en cm, del lado más corto de la L es:
 A) 1 B) 1,2 C) $2(\sqrt{5} - 2)$ D) $3(\sqrt{5} - 1)$ E) $5(\sqrt{5} - 2)$

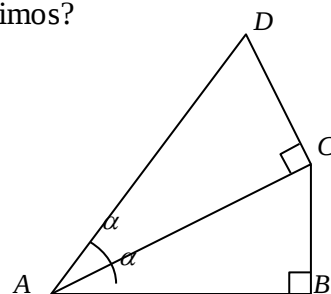


11. (2486) ¿En cuántos ceros termina el producto de los 2011 primeros números primos?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

12. (2487) En la figura adjunta, AB tiene longitud 1. ¿Cuál es la longitud de AD ?

- A) $\cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha$ B) $\frac{1}{\cos 2\alpha}$ C) $\cos^2 \alpha$ D) $\cos(2\alpha)$ E) $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$



13. (2488) Tres números primos, a , b y c , con $a < b < c$, suman 78. Si $c - a - b = 40$, $c + 3b$ es igual a:

- A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 140

14. (2489) ¿Cuál de las siguientes funciones tiene el eje OY como eje de simetría?

- A) $y = x^2 + x$ B) $y = x^2 \operatorname{sen} x$ C) $y = x \cos x$ D) $y = x \operatorname{sen} x$ E) $y = x^3$

15. (2490) El año pasado, en el Bachillerato de mi centro había 30 chicos más que chicas. Este año, ha aumentado en un 10% el número de estudiantes de Bachillerato, un 20% el número de chicas y un 5% el de chicos. ¿Cuántos estudiantes hay este año en Bachillerato en mi centro?

- A) 88 B) 99 C) 110 D) 121 E) 132

16. (2491) ¿Para cuántos valores del número real b se verifica que la ecuación $x^2 + bx + 80 = 0$ tiene dos soluciones distintas que son números enteros positivos pares?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Infinitos

17. (2492) Para obtener el número 8^8 debemos elevar el número 4^4 al exponente

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16

18. (2493) En un examen de Matemáticas de 1º de Bachillerato, el número de chicos que resolvieron el último problema coincide con el número de chicas que no lo resolvieron.

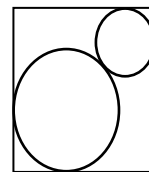
¿Qué hay más: chicas o estudiantes que han resuelto el problema?

- A) Chicas B) Estudiantes que resolvieron el problema
C) Son los mismos D) Faltan datos para poder contestar
E) No se puede dar esa situación

19. (2494) Dos circunferencias están dentro de un cuadrado de lado 1 y son tangentes entre sí y al cuadrado como se muestra en la figura.

¿Cuál es la suma de los radios de las circunferencias?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{2} - 1$ D) $2 - \sqrt{2}$ E) Depende del tamaño de cada una



20. (2495) Las soluciones de la ecuación $x^2 - 3x + 1 = 0$ son a y b . El valor de $a^3 + b^3$ es:

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

21. (2496) Ana nació el día en que su primo Pablo cumplía 20 años.

¿Cuántas veces la edad de Ana será un divisor de la edad de Pablo si ambos viven muchos años?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

22. (2497) Si $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$ y $f(g(x)) = x$, entonces la función $g(x)$ es.

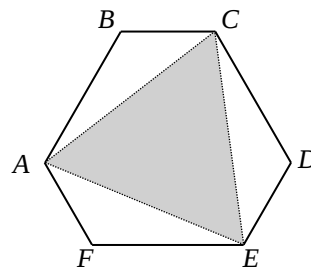
- A) $g(x) = \frac{3x+4}{2x}$ B) $g(x) = \frac{3x}{2x+4}$ C) $g(x) = \frac{2x+4}{4x}$ D) $g(x) = \frac{4x}{2-3x}$ E) Nada de lo anterior
23. (2498) Ana, Beatriz y Carlos lanzan un dado. Ana gana si sale 1, 2 ó 3 Beatriz gana si saca 4 ó 5 y Carlos gana si saca 6. El dado va pasando de Ana a Beatriz, de Beatriz a Carlos, de Carlos a Ana,..., hasta que alguien gane. ¿Cuál es la probabilidad de que Carlos gane?
- A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{1}{13}$ C) $\frac{1}{11}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{6}$
24. (2499) Las longitudes de las aristas de un ortoedro vienen dadas, en cm, por números enteros y forman una progresión geométrica de razón $q = 2$. ¿Cuál puede ser el volumen del ortoedro?
- A) 120 cm^3 B) 188 cm^3 C) 216 cm^3 D) 350 cm^3 E) 500 cm^3
25. (2500) Si $x + y + z = 1$ y $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$, $x^2 + y^2 + z^2$ es igual a:
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Faltan datos para saberlo

XIII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2011. 2ª FASE PRUEBA Nº 104

1. (2576) Cuando dividimos los números 272 758 y 273 437 por un determinado número N , de dos cifras, obtenemos como restos 13 y 17 respectivamente. La suma de los dígitos de N es:
- A) 6 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12
2. (2577) ¿Cuál es el valor de la suma $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{99}{100!}$?
- A) $\frac{1}{2} - \frac{1}{100!}$ B) $1 - \frac{1}{100!}$ C) $1 - \frac{1}{99!}$ D) $\frac{1}{2} - \frac{1}{99!}$ E) 1
3. (2578) Si $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2+x}}$, x es igual a:
- A) $\sqrt{2} - 2$ B) $\sqrt{2} + 2$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2} + 1$ E) $\sqrt{2} - 1$
4. (2579) La suma y el producto de dos números coinciden. Si uno de ellos es x , ¿cuál es el valor de la suma?
- A) $\frac{x^2+1}{x-1}$ B) $\frac{x^2+1}{x+1}$ C) $\frac{x^2}{x+1}$ D) $\frac{x^2}{x-1}$ E) $\frac{x^2-1}{x^2+1}$
5. (2580) ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $x + \sqrt{x^2 + \sqrt{x^3 + 1}} = 0$?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
6. (2581) Supón que sustituimos a , b y c por enteros positivos (no necesariamente distintos). De las siguientes expresiones, ¿cuál no puede representar al número 24?

- A) ab^3 B) a^2b^3 C) $a^c b^c$ D) ab^2c^3 E) $a^b b^c c^a$

7. (2582) Los ángulos del hexágono $ABCDEF$ son todos iguales y los lados verifican que $AB = CD = EF = 1$ y $BC = DE = FA = r$. Si el área del triángulo ACE es el 70% del área del hexágono, ¿cuál es la suma de todos los posibles valores de r ?



- A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) 4 D) $\frac{17}{4}$ E) 6

8. (2583) Hoy es el cumpleaños de Alicia, Beatriz y Carlos. La suma de sus edades es 23 y el producto de sus edades supera en 113 al producto de sus edades hace justamente un año. ¿Cuál es la suma de los cuadrados de sus edades?

- A) 209 B) 185 C) 189 D) 241 E) 259

9. (2584) Si $f(11) = 11$ y $f(n+3) = \frac{f(n)-1}{f(n)+1}$, $f(2012)$ es:

- A) 11 B) $\frac{5}{6}$ C) $-\frac{6}{5}$ D) $-\frac{1}{11}$ E) 2011

10. (2585) La función $y = f(x)$ verifica que $f(f(x)) = 6x - 2011$ para cualquier número real x . Si el número t verifica la igualdad $f(t) = 6t - 2011$, el valor de t es:

- A) $\frac{2011}{5}$ B) 0 C) 2011 D) $\frac{2011}{2}$ E) Nada de lo anterior

11. (2586) En cierta sucesión, la suma S_n de los n primeros términos viene dada por $S_n = n^3 + 3$. El décimo término de la sucesión es:

- A) 1000 B) 1003 C) 271 D) 274 E) 997

12. (2587) Cada signo $\diamond$ en la expresión $1 \diamond 2 \diamond 3 \diamond 4 \diamond 5 \diamond 6 \diamond 7 \diamond 8 \diamond 9 \diamond 10$ se sustituye por un signo “más” (+) o por un signo “por” ($\times$) obteniéndose una expresión aritmética cuyo mayor valor posible es N . ¿Cuál es el menor divisor primo de N ?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) Nada de lo anterior

13. (2588) Sea n el menor entero positivo que es divisible por 20, con n^2 cubo perfecto y además n^3 cuadrado perfecto. ¿Cuántas cifras tiene n ?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. (2589) ¿Para qué valor de x se verifica que $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{x} + \log_2 x + \log_4 x^2 + \log_8 x^3 + \log_{16} x^4 = 40$?

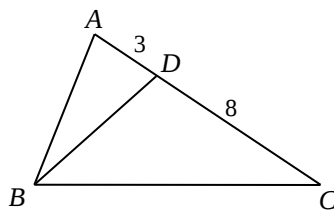
- A) 8 B) 16 C) 32 D) 256 E) 1024

15. (2590) En el triángulo ABC se verifica que $\cos(2A - B) + \sin(A + B) = 2$. Si el lado AB mide 4, ¿cuánto mide el lado BC ?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

16. (2591) Los cuatro primeros términos de una progresión aritmética son a , 9, $3a-b$, $3a+b$. ¿Cuál es el número que ocupa el lugar 2011 en esta progresión?

- A) 8041 B) 8043 C) 8045 D) 8047 E) 8049

17. (2592) Escribimos la solución de la ecuación $7^{x+7} = 8^x$ como $x = \log_b 7^7$. ¿Cuál es el valor de b ?
- A) $\frac{7}{15}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{8}{7}$ D) $\frac{15}{8}$ E) $\frac{15}{7}$
18. (2593) ¿Para cuántos valores enteros de k resulta que las gráficas de $x^2 + y^2 = k^2$ y $xy = k$ no se cortan?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8
19. (2594) En el triángulo ABC de la figura, BD es la bisectriz del ángulo B . Si $AD = 3$, $DC = 8$ y las longitudes de todos los lados del triángulo vienen dadas por números enteros, ¿cuál es el menor valor posible para el perímetro del triángulo ABC ?
- A) 30 B) 33 C) 35 D) 36 E) 37
- 
20. (2595) Una moneda está trucada de forma que la probabilidad de obtener cara al lanzarla es menor que $\frac{1}{2}$. Si la probabilidad de obtener igual número de caras que de cruces al lanzarla 4 veces es $\frac{1}{6}$, ¿cuál es la probabilidad de obtener cara?
- A) $\frac{\sqrt{15}-3}{6}$ B) $\frac{6-\sqrt{6\sqrt{6}+2}}{12}$ C) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ D) $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
21. (2596) Sean a, b, c, d y e enteros positivos tales que $a + b + c + d + e = 2011$ y sea M la mayor de las sumas $a + b, b + c, c + d, d + e$. ¿Cuál es el menor valor posible para M ?
- A) 503 B) 671 C) 802 D) 803 E) 804
22. (2597) En una progresión geométrica se verifica que $a_1 = \sin(x)$, $a_2 = \cos(x)$ y $a_3 = \tan(x)$ para algún número x . ¿Para qué valor de n es $a_n = 1 + \cos(x)$?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
23. (2598) ¿Cuál es la suma de las soluciones de la ecuación $x = |2x - |60 - 2x||$?
- A) 32 B) 60 C) 72 D) 92 E) 120
24. (2599) En el interior de un cuadrado de lado 1 se escoge al azar un punto P . Sea $d(P)$ la distancia de P al lado del cuadrado que se encuentre más cerca. La probabilidad de que $\frac{1}{5} \leq d(P) \leq \frac{1}{3}$ es:
- A) $\frac{56}{225}$ B) $\frac{53}{225}$ C) $\frac{49}{225}$ D) $\frac{47}{225}$ E) Nada de lo anterior
25. (2600) Escribimos en la pizarra los números $1, 2, 3, \dots, 100$. ¿Cuántos hay que borrar, como poco, para que el producto de los que queden termine en 2?
- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

XIV CONCURSO DE PRIMAVERA. 2012. 1ª FASE
PRUEBA Nº 108

1. (2676) Si X e Y representan las siguientes sumas de progresiones aritméticas:
 $X = 10 + 12 + 14 + \dots + 100$, $Y = 12 + 14 + \dots + 102$, ¿cuál es el valor de $Y - X$?

A) 92 B) 98 C) 100 D) 102 E) 112

2. (2677) JOSE: He pensado tres números positivos y quiero que adivines su suma.
 IVÁN: ¿Me darás alguna pista?
 JOSE: Sí, si los multiplicas por parejas obtienes 156, 168 y 182.
 IVÁN: (tic tac tic tac) Ya lo tengo, la suma de los tres es...

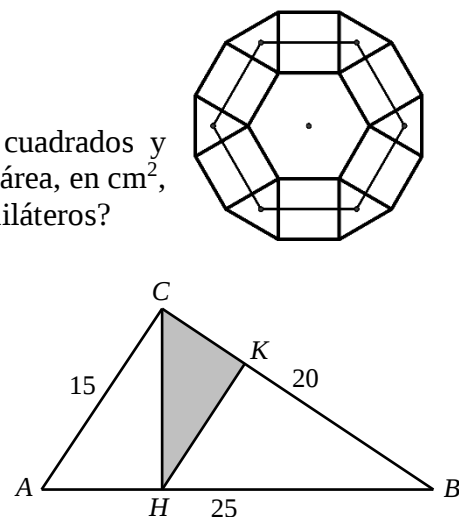
A) 34 B) 35 C) 36 D) 38 E) 39

3. (2678) Hemos rodeado el hexágono regular central de la figura con cuadrados y triángulos equiláteros. Si el lado de ese hexágono mide 2 cm, ¿cuál es el área, en cm^2 , del hexágono regular cuyos vértices son los centros de los triángulos equiláteros?

A) $18 + 6\sqrt{3}$ B) $24 + 3\sqrt{3}$ C) $12 + 8\sqrt{3}$ D) 24 E) $6 + 12\sqrt{3}$

4. (2679) En el triángulo rectángulo ABC de lados 15, 20 y 25 cm, los segmentos CH y HK son perpendiculares a la hipotenusa AB y al cateto BC , respectivamente. ¿Cuál es el área, en cm^2 , del triángulo CHK ?

A) 37,21 B) 34,56 C) 36 D) 37,5 E) 40



5. (2680) En un triángulo acutángulo, un lado mide 7 m, su ángulo opuesto 60° y otro lado 8 m. ¿Cuántos metros mide el tercer lado?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. (2681) Escribimos de menor a mayor las claves formadas usando dos unos, un tres, y dos cincos. ¿Qué clave ocupa el lugar decimoquinto?

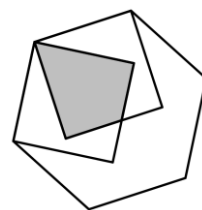
A) 15351 B) 31551 C) 35151 D) 35511 E) 55113

7. (2682) Don Retorcido te pide que calcules esta suma $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 99^2$ pero, consciente de su dificultad, te sopla esta fórmula $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$. ¿Cuánto vale la suma pedida?

A) 250250 B) 198500 C) 187650 D) 166650 E) 156 650

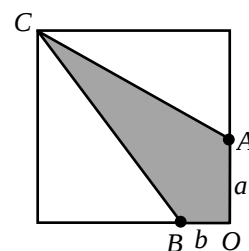
8. (2683) Sobre dos lados contiguos de un hexágono regular de lado 1 construimos dos cuadrados. ¿Qué área tiene la zona que comparten estos dos cuadrados?

A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



9. (2684) En un cuadrado de lado 1, los puntos A y B se mueven sobre sendos lados del cuadrado, determinando así dos segmentos $a = OA$ y $b = OB$. ¿Cuánto debe valer $a + b$ para que el área de la zona sombreada sea la mitad del área del cuadrado?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2} - 1$



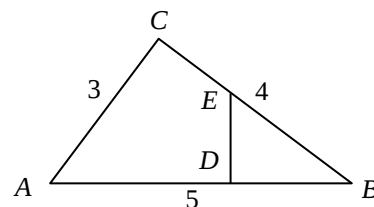
10. (2685) El área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $y = |x - 1|$ e $y = 2$ es:
- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$
11. (2686) En una prueba deportiva de mi instituto, estudiantes de 3º ESO, 4º ESO y 1º Bachillerato, han obtenido una puntuación media de 12, 15 y 10, respectivamente. Si participaron el doble de estudiantes de 3º que de 4º y el doble de 4º que de 1º Bachillerato, ¿cuál es la puntuación media de los participantes?
- A) 12 B) $\frac{37}{3}$ C) $\frac{88}{7}$ D) 13 E) 14
12. (2687) Si un conjunto A tiene 20 elementos y otro conjunto B tiene 15 elementos, ¿cuál es el menor número posible de elementos del conjunto $A \cup B$, es decir, el conjunto unión de A y B ?
- A) 5 B) 15 C) 20 D) 35 E) 300
13. (2688) Una de las ecuaciones siguientes no tiene solución. ¿Cuál?
- A) $(x + 7)^2 = 0$ B) $|-3x| + 5 = 0$ C) $\sqrt{-x} - 2 = 0$ D) $\sqrt{x} - 8 = 0$ E) $|-3x| - 4 = 0$
14. (2689) ¿Cuál de las siguientes funciones tiene el eje OY como eje de simetría?
- A) $y = x^2 + x$ B) $y = x^2 \sin x$ C) $y = x \cos x$ D) $y = x \sin x$ E) $y = x^3$
15. (2690) Las rectas $y = a$, $y = -b$, $x = -c$, $x = d$, con a, b, c y d números positivos, delimitan un rectángulo. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área de dicho rectángulo?
- A) $ac + ad + bc + bd$ B) $ac - ad + bc - bd$ C) $ac + ad - bc - bd$
D) $-ac - ad + bc + bd$ E) $ac - ad - bc + bd$
16. (2691) Ya sabes que en un partido de baloncesto hay tiros de 3 puntos, tiros de 2 puntos y tiros libres, que valen 1 punto cada uno. En un extraño partido, un equipo hizo tantos puntos con tiros de 3 como con tiros de 2 puntos y el número de aciertos en tiros libres superó en 1 al número de aciertos en tiros de 2 puntos. Si al final sumaron 61 puntos, ¿cuántos tiros libres encestaron?
- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17
17. (2692) En la lista de ocho números, A, B, C, D, E, F, G, H , tres seguidos cualesquiera suman 30. Si $C = 5$, ¿cuál es el valor de $A + H$?
- A) 17 B) 18 C) 25 D) 26 E) 43
18. (2693) ¿Qué número de los siguientes es $\sqrt{9 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 6\sqrt{2}}$?
- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ D) $3\sqrt{3}$ E) 6
19. (2694) Lanzamos dos dados. La suma de los números obtenidos determina el diámetro, en metros, que tendrá un círculo de a m² de área y b m de perímetro. ¿Cuál es la probabilidad de que a sea menor que b ?
- A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{18}$
20. (2695) ¿Cuál es el mayor de los siguientes números?
- A) $\cos 50^\circ$ B) $\sin 50^\circ$ C) $\operatorname{tg} 50^\circ$ D) $\frac{1}{\sin 50^\circ}$ E) $\frac{1}{\cos 50^\circ}$

21. (2696) Si $x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y}$ y $x \neq y$, ¿cuál es el valor de $x \cdot y$?
 A) 4 B) 1 C) -1 D) -4 E) Falta información
22. (2697) En el triángulo ABC , las longitudes de los lados AB , BC y AC son 12, 24 y 18, respectivamente. La recta que pasa por su incentro y es paralela al lado BC , corta al lado AB en el punto M y al lado AC en el punto N . ¿Cuál es el perímetro del triángulo AMN ?
 A) 27 B) 30 C) 33 D) 36 E) 42
23. (2698) Luisa ha decidido ir andando a la oficina. El camino desde casa es llano durante un trecho, donde va a 4 km/h, y termina en un repecho en el que va a $10/3$ km/h. A la vuelta, por el mismo camino baja a 5 km/h y mantiene los 4 km/h en la parte llana. Si entre la ida y la vuelta tarda dos horas y media, ¿a qué distancia, en km, está la oficina de su casa?
 A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3
24. (2699) Isa tiene un perro cuya edad actual, en meses, es la mitad que la edad de Isa, en años. Pero dentro de cinco años, la edad del perrito, en meses, será cinco unidades más que el doble de la edad de Isa, en años, en ese momento. ¿Cuál es la edad actual del perrito en meses?
 A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17
25. (2700) En el rombo $ABCD$, de lado 2, el ángulo B mide 120° . ¿Cuál es el área de la región interior del rombo formada por los puntos que están más cerca del vértice B que de cualquier otro vértice?
 A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D) $1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$ E) 2

XIV CONCURSO DE PRIMAVERA. 2012. 2ª FASE
PRUEBA N° 112

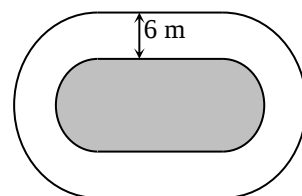
1. (2776) Al intentar multiplicar los enteros positivos a y b , siendo a un número de dos cifras, Errol cambió el orden de las cifras de a y obtuvo como resultado 161. ¿Cuál es el resultado correcto de $a \cdot b$?
 A) 116 B) 161 C) 204 D) 214 E) 224
2. (2777) Si $f(x) = 3^x + 5$, el dominio de f^{-1} es:
 A) $(0, +\infty)$ B) $(5, +\infty)$ C) $(8, +\infty)$ D) $(-\infty, +\infty)$ E) $(3, +\infty)$
3. (2778) ¿Cuál es el producto de las soluciones de la ecuación $\sqrt{5|x|+8} = \sqrt{x^2-16}$?
 A) -64 B) -24 C) -9 D) 24 E) 576
4. (2779) Sea $f(x)$ una función tal que $f(x) + 2f(-x) = \sin x$ para todo número real x . ¿Cuál es el valor de $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$?
 A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2
5. (2780) De una larga lista de problemas, los alumnos de Marta hicieron en clase un tercio del total y dos más en casa. Al día siguiente volvieron a hacer en clase un tercio de los que les quedaban y en casa otros cuatro más. Si para el tercer día solamente quedaban ocho problemas por hacer, ¿cuántos problemas había en la lista?
 A) 30 B) 39 C) 48 D) 57 E) 66

6. (2781) En el triángulo ABC de la figura, de lados 3, 4 y 5, el segmento DE es perpendicular al segmento AB . Si el área del triángulo EBD es un tercio del área del triángulo ABC , ¿cuál es la longitud del segmento DB ?



- A) $\frac{4}{3}$ B) 5 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{5}{2}$
7. (2782) Considera el conjunto de números $\{1, 10, 10^2 \dots 10^{10}\}$. ¿Cuál es el entero más próximo al cociente entre el mayor elemento del conjunto y la suma de los diez restantes?
- A) 1 B) 9 C) 10 D) 11 E) 101
8. (2783) En una reunión de 52 personas, ¿cuál es el mayor valor de n para el que la afirmación “Al menos n personas de esta reunión cumplen años el mismo mes” sea siempre verdadera?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 12
9. (2784) Esteban corre cada día, siempre a la misma velocidad, dando vueltas a una pista como la de la figura, de 6 m de ancha, rectangular y cerrada por semicircunferencias. Si corre “por fuera” tarda 6 segundos más que si lo hace “por dentro” en dar una vuelta completa. ¿Cuál es la velocidad de Esteban en m/s?

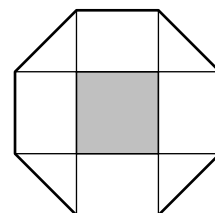


- A) π B) 2π C) $\frac{7\pi}{3}$ D) $\frac{8\pi}{3}$ E) 3π
10. (2785) Seleccionamos al azar dos números reales del intervalo $[-20, 10]$. ¿Cuál es la probabilidad de que su producto sea positivo?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{2}{3}$
11. (2786) ¿Cuál es el perímetro de un parking rectangular de 25 m de diagonal y 168 m^2 de área?
- A) 52 m B) 58 m C) 62 m D) 68 m E) 70 m
12. (2787) Representamos con $@$ la operación $a @ b = \frac{a+b}{2}$ siendo a y b números reales cualesquiera. De las siguientes propiedades, ¿cuáles verifica esta operación?

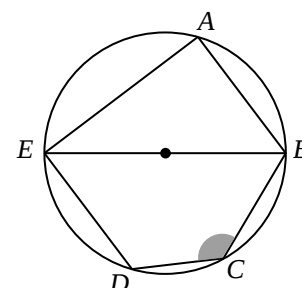
I: $x @ (y + z) = (x @ y) + (x @ z)$ II: $x + (y @ z) = (x + y) @ (x + z)$
 III: $x @ (y @ z) = (x @ y) @ (x @ z)$

- A) Solamente I B) Solamente II C) Solamente III
 D) Solamente I y III E) Solamente II y III
13. (2788) En una tirada de dardos, la diana tiene forma de octógono regular. Si el dardo puede caer con igual probabilidad en cualquier punto de la diana, ¿cuál es la probabilidad de que caiga en el cuadrado sombreado?



- A) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $2 - \sqrt{2}$

14. (2789) En la circunferencia de diámetro EB las cuerdas AB y ED son paralelas. Si el cociente entre la medida de los ángulos $\widehat{AEB}$ y $\widehat{ABE}$ es $\frac{4}{5}$, ¿cuál es la medida del ángulo $\widehat{BCD}$?



- A) 120° B) 125° C) 130° D) 135° E) 140°

15. (2790) Las rectas r_1 y r_2 son simétricas respecto de la recta $y = x$. Si la ecuación de r_1 es $y = ax + b$ con $a \neq 0$, la ecuación de r_2 es:

A) $y = \frac{1}{a}x + b$ B) $y = -\frac{1}{a}x + b$ C) $y = -\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$ D) $y = \frac{1}{a}x + \frac{b}{a}$ E) $y = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$

16. (2791) Si las longitudes de los tres lados de un triángulo rectángulo vienen dadas por números enteros en progresión aritmética, la longitud de uno de ellos podría ser:

A) 22 B) 58 C) 81 D) 91 E) 361

17. (2792) Si p , q y M son números positivos y $q < 100$, el número obtenido al crecer M el $p\%$ y, posteriormente, bajar el resultado en el $q\%$, es mayor que M si y solo si:

A) $p > q$ B) $p > \frac{q}{100-q}$ C) $p > \frac{q}{1-q}$ D) $p > \frac{100q}{100+q}$ E) $p > \frac{100q}{100-q}$

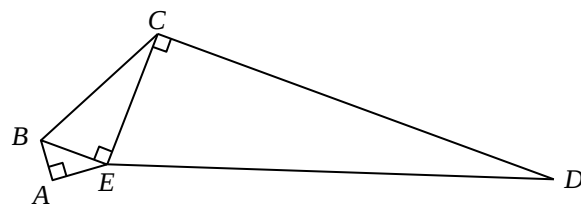
18. (2793) Si $b > 1$, $x > 0$ y $(2x)^{\log_2 2} - (3x)^{\log_3 3} = 0$, x es igual a:

A) $\frac{1}{216}$ B) $\frac{1}{6}$ C) 1 D) 6 E) No se puede determinar

19. (2794) En un triángulo de lados a , b y c se verifica que $(a + b + c) \cdot (a + b - c) = 3ab$. El valor del ángulo opuesto al lado c es:

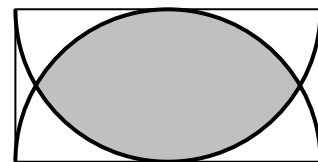
A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 150°

20. (2795) En la figura se ven tres triángulos rectángulos. Ninguno de estos triángulos es semejante a ninguno de los otros dos y todos los segmentos de la figura tienen longitud entera, siendo $AB = 3$. Si el área del pentágono $ABCDE$ viene dada por un número de tres cifras, la suma de las cifras de dicho número es:



A) 6 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

21. (2796) Si la base del rectángulo mide 4 y la altura 2, ¿cuál es el área de la región sombreada limitada por dos semicircunferencias?



A) $\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}$ B) $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ C) $\frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ D) $\frac{8\pi}{3} + 2\sqrt{3}$ E) $\frac{2\pi}{3} + 2\sqrt{3}$

22. (2797) En el rectángulo $ABCD$ con $AB = 6$ y $BC = 3$, elegimos un punto M en el lado AB de forma que el ángulo $\widehat{AMD}$ sea igual que el ángulo $\widehat{CMD}$. ¿Cuánto mide este ángulo?

A) 71° B) 72° C) 73° D) 74° E) 75°

23. (2798) El área de la corona circular determinada por las circunferencias inscrita y circunscrita al cuadrado cuyos vértices son los afijos de raíces cuartas de -4 es:

A) 2π B) 2 C) $\frac{2\pi}{3}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

24. (2799) En un torneo de tenis en el que participan N jugadores, el número de jugadores de élite viene dado por la fórmula $2^{1 + [\log_2(N-1)]} - N$, donde $[x]$ significa el mayor entero menor o igual que x . Si en dicho torneo hay 19 jugadores de élite y el número total de jugadores es menor que 100, calcula el valor de N .

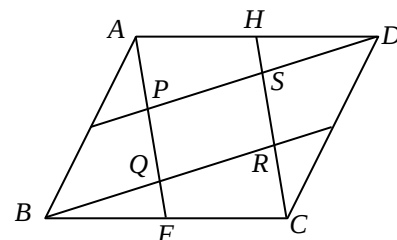
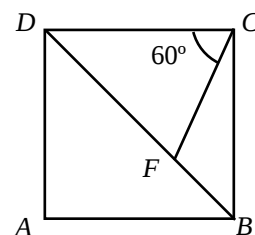
A) 32 B) 38 C) 45 D) 64 E) 72

25. (2800) Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$ con a , b y c enteros. Sabemos que $f(1) = 0$, $50 < f(7) < 60$, $70 < f(8) < 80$. Si $5000k < f(100) < 5000(k+1)$ para algún entero k . El valor de k es:

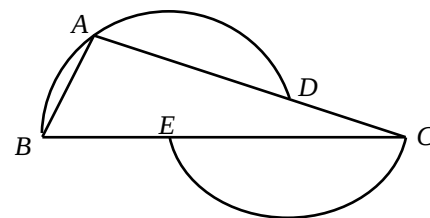
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

XV CONCURSO DE PRIMAVERA. 2013. 1ª FASE
PRUEBA Nº 116

1. (2876) Si a , b , c y d son números reales con $a - 1 = b + 2 = c - 3 = d + 4$, el mayor de los cuatro es:
 A) a B) b C) c D) d E) No se puede determinar
2. (2877) Si m y n son enteros con $2m - n = 3$, $m - 2n$ debe ser:
 A) Igual a -3 B) Igual a 0 C) Múltiplo de 3 D) Un entero impar E) Un entero par
3. (2878) De un triángulo obtusángulo sabemos que un lado a mide 7 metros, su ángulo opuesto $\hat{A}$ mide 60° , y otro lado b mide 8 metros. ¿Cuántos metros mide el tercer lado?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
4. (2879) Calcula el valor de la suma $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + 19^3$ ayudándote de la fórmula de la suma los primeros cubos: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$.
 A) 19 900 B) 19 850 C) 19 500 D) 19 750 E) 19 250
5. (2880) ¿Cuántos enteros mayores que 5000 pueden formarse con las cifras 3, 4, 5, 6 y 7 de manera que en cada número no aparezcan cifras repetidas?
 A) 174 B) 144 C) 84 D) 192 E) 202
6. (2881) Si el lado del cuadrado $ABCD$ mide 2 cm, el área, en cm^2 , del triángulo FBC es:
 A) $2\sqrt{3} - 3$ B) $\frac{\sqrt{3} + 1}{4}$ C) $\sqrt{3} - 1$ D) $2\sqrt{2} - 2$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



10. (2885) En la figura adjunta se observa un triángulo ABC y dos arcos de circunferencia: uno de centro E y que pasa por A , B y D y otro de centro D y que pasa por E y C . Si el ángulo $\hat{B}$ del triángulo es de 63° , ¿cuál es el valor del ángulo $\hat{C}$?



- A) 17° B) 18° C) 19° D) 20° E) 21°
11. (2886) Cinco amigos se aburrían y deciden ponerse a contar. Se colocan en fila y empiezan así: Maite (¡uno!), Virginia (¡dos!), Christian (¡tres!), Iván (¡cuatro!) y Jose (¡cinco!) y cambian el sentido y siguen contando: Iván (¡seis!), Christian (¡siete!), Virginia (¡ocho!) y Maite (¡nueve!) y de nuevo cambian de sentido y siguen divertidos: Virginia (¡diez!), Christian (¡once!), Iván (¡doce!). ¿Qué amigo gritará ¡dos mil trece!?

- A) Maite B) Virginia C) Christian D) Iván E) José
12. (2887) Un granjero tiene ovejas y gallinas. Si entre todos los animales de la granja la media del número de patas por animal es l , el cociente entre el número de ovejas y el número de gallinas es:

A) $\frac{l}{3(4-l)}$ B) $\frac{l-2}{4-l}$ C) $\frac{3(l-2)}{l}$ D) $\frac{(l-2)^2}{16-l^2}$ E) $\frac{7(l^2-4)}{5(16-l^2)}$

13. (2888) En un triángulo rectángulo, la mediana sobre la hipotenusa vale 2. ¿Cuál es el valor de la suma de los cuadrados de las otras dos medianas?

- A) 5 B) 12 C) 15 D) 20 E) 25
14. (2889) Sea N el menor entero positivo que al dividirlo entre 5 da resto 2, al dividirlo entre 7 da resto 3 y al dividirlo entre 9 da resto 4. ¿Cuál es la suma de los dígitos de N ?

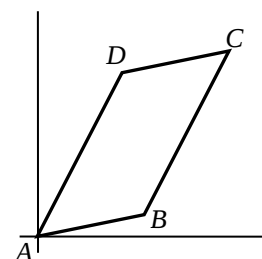
- A) 4 B) 8 C) 13 D) 22 E) 40
15. (2890) Sea n un número mayor que 2013. Si $n^2 + 4$ y $n + 3$ no son primos entre sí, ¿cuál es su máximo común divisor?

- A) 11 B) 13 C) 14 D) 17 E) 23

16. (2891) La función $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{si } x \leq 3 \\ 4x-1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ puede ser definida mediante una sola fórmula como $f(x) = a|x+b| + cx + d$. El valor de d es:

- A) -5 B) -4 C) 3 D) 2 E) 1
17. (2892) ¿Cuántos puntos reticulares (es decir, puntos con coordenadas enteras) hay en el interior del paralelogramo limitado por las rectas $x=100$, $x=300$, $y=\frac{1}{3}x+0,1$, $y=\frac{1}{3}x+0,6$?

- A) 73 B) 71 C) 69 D) 67 E) 65
18. (2893) En la figura de la derecha se observa un paralelogramo $ABCD$ en el que $A(0,0)$, $B(20,10)$ y $D(10,y)$. Si el área de dicho paralelogramo es 600, ¿cuál es el valor de y ?



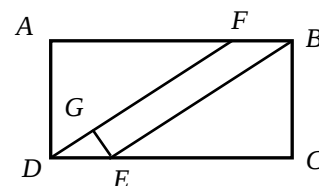
- A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

19. (2894) Si $\log_x y + \log_y x = 7$, $(\log_x y)^2 + (\log_y x)^2$ es igual a:
 A) 40 B) 43 C) 45 D) 47 E) 49
20. (2895) Las gráficas de $y = x - 2$ e $y = mx + 3$ se cortan en un punto de coordenadas positivas si y solo si:
 A) $m = 1$ B) $m < 1$ C) $m > -\frac{3}{2}$ D) $-\frac{3}{2} < m < 0$ E) $-\frac{3}{2} < m < 1$
21. (2896) Uno de los siguientes enteros no divide a $2^{1650} - 1$. ¿Cuál?
 A) 3 B) 7 C) 31 D) 127 E) 2047
22. (2897) Si $\sin 15^\circ$ y $\cos 15^\circ$ son las raíces de la ecuación $x^2 + ax + b = 0$, ¿cuál es el valor de $a^4 - b^2$?
 A) -1 B) 1 C) $\frac{35}{16}$ D) $1 + \sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2} - 1$
23. (2898) Se han borrado dos dígitos a y b en esta multiplicación: $29a031 \times 342 = 100900b02$.
 ¿Cuál es el valor de la suma $a + b$?
 A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
24. (2899) ¿Cuál es la longitud del camino más corto que partiendo del punto $A(2,5)$ pasa por el eje de abscisas y acaba en algún punto de la circunferencia $(x+6)^2 + (y-10)^2 = 16$?
 A) 12 B) 13 C) $4\sqrt{10}$ D) $6\sqrt{5}$ E) $4 + \sqrt{89}$
25. (2900) ¿Cuál es el valor de $\sin \frac{\pi}{32} \cdot \cos \frac{\pi}{32} \cdot \cos \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$?
 A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{32}$

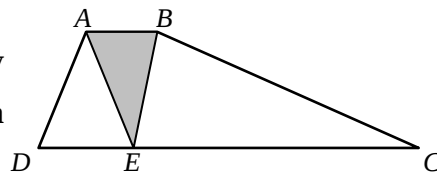
XV CONCURSO DE PRIMAVERA. 2013. 2ª FASE
PRUEBA Nº 120

1. (2976) ¿Cuántos primos de dos cifras cumplen que sus cifras son números primos?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 15
2. (2977) Tengo seis pares de calcetines, de diferente color cada par, estando los doce calcetines sueltos guardados en un cajón. ¿Cuántos calcetines debo sacar, como mínimo, del cajón para asegurar que me puedo poner un par del mismo color?
 A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 11
3. (2978) La media de la clase en un examen de contenidos mínimos fue de 76 sobre 100. La nota media de los estudiantes que superaron la media de la clase fue de 83 y la media de los que no llegaron a la media de la clase fue de 55. ¿Qué porcentaje de los estudiantes aprobaron?
 A) 44% B) 66% C) 68% D) 72% E) 75%

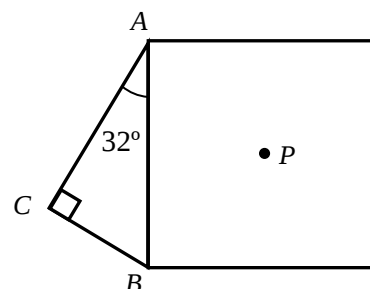
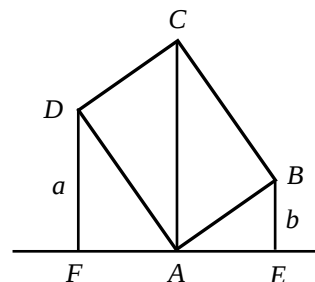
4. (2979) ¿Qué número es $\sqrt{10 - 4\sqrt{6}} - \sqrt{10 + 4\sqrt{6}}$?
 A) -1 B) -4 C) $-2\sqrt{6}$ D) $-\sqrt{8\sqrt{6}}$ E) $-8\sqrt{6}$
5. (2980) En el triángulo de lados $AB = 24$, $BC = 7$ y $AC = 25$, ¿cuál es la longitud de la mediana que parte de C ?
 A) 10 B) $\sqrt{139}$ C) 12 D) $\sqrt{193}$ E) 16
6. (2981) Si las dos raíces de la ecuación $x^2 - 85x + c = 0$ son números primos, ¿cuál es la suma de las cifras de c ?
 A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 21
7. (2982) Si $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$, ¿cuánto vale $\sin^3 x + \cos^3 x$?
 A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{11}{16}$
8. (2983) ¿Cuál es el mayor entero n para el que $\frac{n^2 - 38}{n + 1}$ es entero?
 A) 36 B) 38 C) 72 D) 76 E) -2
9. (2984) Una circunferencia pasa por dos vértices contiguos de un cuadrado de lado 2 y es tangente al lado opuesto. ¿Cuál es su radio?
 A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{6}$
10. (2985) Para cada entero positivo n definimos $S(n)$ como la suma de los divisores de n . Así pues $S(8) = 1 + 2 + 4 + 8 = 15$. ¿Cuál de los siguientes números es el más pequeño?
 A) $S(2010)$ B) $S(2011)$ C) $S(2012)$ D) $S(2013)$ E) $S(2014)$
11. (2986) ¿Cuántos términos de la sucesión 1, 4, 7, 10, 13, 16, ... tienen menos de cinco cifras?
 A) 3003 B) 3331 C) 3332 D) 3333 E) 3524
12. (2987) En una lista de seis números, el primero es 4 y el último 47, siendo cada número, a partir del tercero la suma de los dos precedentes. Si S es la suma de los seis números de la lista, S está en el intervalo:
 A) $[51, 90]$ B) $[91, 100]$ C) $[101, 110]$ D) $[111, 120]$ E) $[121, 160]$
13. (2988) El perímetro de un rectángulo es x cm y el cociente de sus dos longitudes es $\frac{a}{b}$ con $a > b$. ¿Cuál es la longitud, en cm, del lado más corto?
 A) $\frac{bx}{a+b}$ B) $\frac{x}{2} - 2a$ C) $\frac{2bx}{a+b}$ D) $\frac{ax}{2(a+b)}$ E) $\frac{bx}{2(a+b)}$
14. (2989) En el rectángulo de la figura, de dimensiones 12 y 6, los segmentos DF y BE son paralelos y EG es perpendicular a ambos. Si el área del paralelogramo $DEBF$ es 12, la longitud de EG es:
 A) $\frac{3\sqrt{34}}{17}$ B) $\frac{2\sqrt{34}}{34}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) Nada de lo anterior



15. (2990) El área del trapecio $ABCD$ de la figura es 18, $AB = 4$ y $DE = \frac{1}{4}DC$. Si la altura del trapecio es un entero y el lado DC es un entero impar, el área del triángulo ABE es:

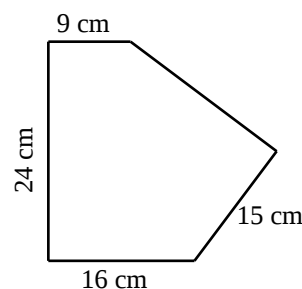
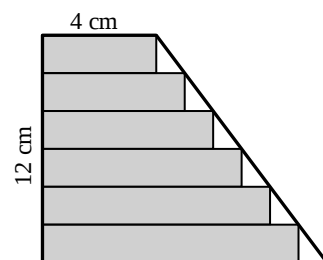


- A) 9 B) 6 C) $\frac{18}{5}$ D) 8 E) Nada de lo anterior
16. (2991) Si $\operatorname{tg} x = 3$, siendo $0 \leq x \leq 90^\circ$, entonces:
- A) $0^\circ \leq x < 30^\circ$ B) $30^\circ \leq x < 45^\circ$ C) $45^\circ \leq x < 60^\circ$ D) $60^\circ \leq x < 75^\circ$ E) $75^\circ \leq x < 90^\circ$
17. (2992) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $x = 10 \cdot \cos(x)$
- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 10
18. (2993) El valor de $25^{\frac{1}{2} - \log_5 \sqrt{2}}$ es:
- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ C) $5 - \sqrt{2}$ D) $\frac{5}{2\sqrt{2}}$ E) 3
19. (2994) ¿Cuántos puntos tienen en común las gráficas de $y = |x|$ e $y = |x^2 - 4|$?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
20. (2995) La distancia más corta entre un punto de la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$ y otro de la circunferencia $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 41 = 0$ es:
- A) $3\sqrt{5} - 5$ B) $3\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{5} - 1$ D) 5 E) 1
21. (2996) ¿Cuál es el mínimo valor que toma la función $f(x) = 2^{x^2 - 2x}$?
- A) $\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) 2 E) 1
22. (2997) El menor entero positivo x para el que la suma $x + 2x + 3x + \dots + 100x$ es un cuadrado perfecto es:
- A) 100 B) 101 C) 202 D) 5050 E) Nada de lo anterior
23. (2998) En la figura que observas, $ABCD$ es un rectángulo y los segmentos DF , BE y CA son perpendiculares a la recta FE . Si $DF = a$ y $BE = b$, la longitud FE es:
- A) $a + b$ B) $2\sqrt{ab}$ C) $\sqrt{2a^2 + 2b^2}$ D) $\frac{2a + 4b}{3}$ E) Nada de lo anterior
24. (2999) ¿Cuál es el valor de $\log(\operatorname{tg} 1^\circ) + \log(\operatorname{tg} 2^\circ) + \dots + \log(\operatorname{tg} 88^\circ) + \log(\operatorname{tg} 89^\circ)$?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) $\log \frac{\pi}{2}$ E) $\log \frac{\pi}{4}$
25. (3000) En la figura se observa un triángulo rectángulo ABC con $\hat{A} = 32^\circ$ y un cuadrado de centro P y que comparte el lado AB con el triángulo. ¿Cuánto mide el ángulo $\widehat{PCB}$?
- A) 32° B) 44° C) 45° D) 48° E) 58°



PRUEBA N° 124

1. (3076) En un rombo de diagonales 3 y 6 cm. ¿Cuál es el valor de la tangente del ángulo agudo?
 A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$
2. (3077) El cubo perfecto que hay entre 1 771 560 y 1 771 566 acaba en:
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
3. (3078) Un polinomio $P(x)$ de grado 2 y coeficiente principal 1 tiene las raíces a y b . El valor del polinomio en $a + b$ es:
 A) $a + b$ B) $a^2 + b^2$ C) $a \cdot b$ D) 2 E) $a^2 + a \cdot b + b^2$
4. (3079) Si la suma de los primeros veinte términos de una progresión aritmética de diferencia 5 es S , la suma de los diez términos de lugar par es:
 A) $S - 50$ B) $\frac{S}{2}$ C) $\frac{S}{2} + 25$ D) $\frac{S}{2} - 25$ E) $\frac{S + 100}{2}$
5. (3080) Escribimos alfabéticamente las claves de cinco letras que contengan todas las letras, a, b, c, d y e. ¿Qué posición ocupa la palabra “becad”?
 A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60
6. (3081) Se conoce la fórmula $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$. Entonces la suma $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2$ es:
 A) $\frac{2n(2n+1) \cdot (4n+1)}{6}$ B) $\frac{2n \cdot (2n+1) \cdot (2n+2)}{6}$ C) $\frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{2}$
 D) $\frac{n \cdot (2n+1) \cdot (3n+1)}{6}$ E) $\frac{n \cdot (2n+1) \cdot (4n+1)}{12}$
7. (3082) Escribimos seguidos los cuadrados de los números del 1 al 100: 149162536... ¿Qué cifra nos encontraremos en la posición cien?
 A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 9
8. (3083) El lado oblicuo del trapecio circunscrito a esta escalera, de escalones de igual altura, tiene pendiente -2 . El área de la escalera es:
 A) 72 B) 76 C) 78 D) 84 E) 90
9. (3084) El pentágono de la figura tiene tres ángulos rectos. Su área, en cm^2 , es:
 A) 400 B) 500 C) 450 D) 375 E) 425
10. (3085) ¿Cuántos puntos (x, y) con coordenadas enteras tiene la curva $y = \frac{4x+8}{x-4}$?
 A) ninguno B) dos C) cuatro D) ocho E) dieciséis
11. (3086) Si el número real x verifica $2 < x < 3$, ¿cuántas de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

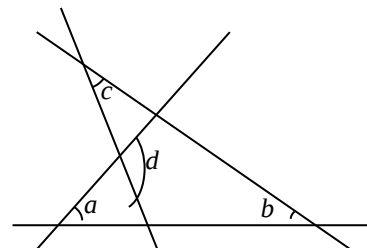


$$4 < x^2 < 9, \quad 0 < x - 2 < 1, \quad 6 < 3x < 9, \quad 0 < x^2 - 2x < 3$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

12. (3087) La medida de los ángulos marcados en la figura son: $a = 55^\circ$, $b = 40^\circ$ y $c = 35^\circ$. ¿Cuál es la medida del ángulo d ?

- A) 100° B) 105° C) 120° D) 125° E) 130°

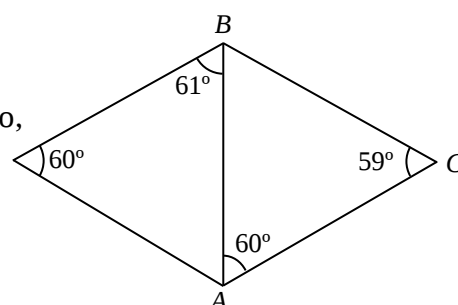


13. (3088) En una lista de enteros consecutivos, ¿cuál de los siguientes no puede ser el porcentaje de impares?

- A) 40% B) 45% C) 48% D) 50% E) 60%

14. (3089) Al intentar dibujar dos triángulos equiláteros para formar un rombo, Don Retorcido ha cometido unos pequeños errores y le ha resultado la siguiente figura. ¿Cuál de los cinco segmentos es el más largo?

- A) AD B) AC C) AB D) BC E) BD



15. (3090) La sucesión $\{a_n\}$ cumple que $a_1 = 1$ y $a_{m+n} = a_m + a_n + m \cdot n$ para cualquier par de números enteros positivos m y n . ¿Cuál es el valor del término a_{100} ?

- A) 1000 B) 2014 C) 4950 D) 5050 E) No puede determinarse

16. (3091) La suma $1 + 2 + 3 + \dots + n$, de los n primeros enteros positivos, es un número de tres cifras, todas iguales. ¿Cuál es la suma de las tres cifras?

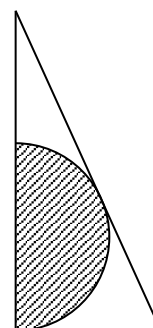
- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

17. (3092) Un club de montaña organiza en cuatro sábados consecutivos cuatro excursiones teniendo todas la misma tasa de participación, el 80% de los miembros del club. ¿Cuál es el menor porcentaje posible de socios que participaron en todas las excursiones?

- A) 80% B) 60% C) 40% D) 20% E) 16%

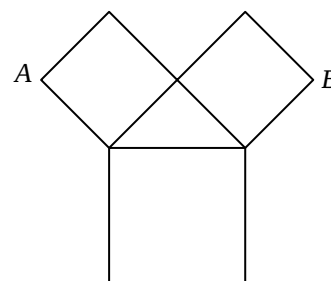
18. (3093) Los lados de un triángulo rectángulo miden 5, 12 y 13. Un semicírculo con centro en el cateto de longitud 12, es tangente al otro cateto y a la hipotenusa. ¿Cuánto mide su radio?

- A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) 4 D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{17}{3}$



19. (3094) Sobre los lados de un triángulo rectángulo e isósceles se construyen tres cuadrados, como muestra la figura. Si la distancia entre los vértices A y B es de 16 cm, ¿cuál es el área ocupada por los cuatro polígonos?

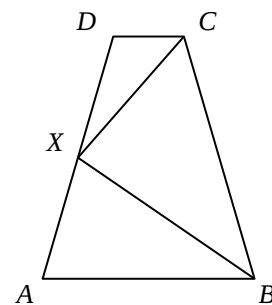
- A) 114 cm^2 B) 130 cm^2 C) 144 cm^2 D) 160 cm^2 E) 186 cm^2



20. (3095) En un cuadrado $ABCD$, E y F son los puntos medios de los lados AB y AD , respectivamente. Se toma un punto G de CF de tal modo que $3CG = 2GF$. Si el lado del cuadrado es 2, ¿cuál es el área del triángulo BEG ?

- A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{8}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{6}{5}$

21. (3096) $ABCD$ es un trapecio isósceles y X es el punto medio del lado AD . Si $AX = 1$ y el triángulo XBC es rectángulo en X , ¿cuál es el perímetro del trapecio?



- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) Es imposible determinarlo
22. (3097) Al sumar los enteros desde el 1 hasta n , ha habido uno que, por error, hemos sumado dos veces. Si la suma obtenida ha sido 857, ¿cuál es el número que hemos repetido?
- A) 4 B) 16 C) 25 D) 37 E) 42
23. (3098) La suma de dos enteros, no necesariamente distintos, es 26. Si añadimos otros dos enteros más, la suma es 41, y finalmente, si añadimos otros dos enteros a los cuatro que teníamos, la suma es 57. ¿Cuál es el mínimo número de enteros pares que hay entre estos seis enteros?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
24. (3099) ¿Cuál es el área del polígono cuyos vértices son los puntos de intersección de las curvas, $x^2 + y^2 = 25$ y $(x - 4)^2 + 9y^2 = 81$?
- A) 24 B) 27 C) 36 D) 37,5 E) 42
25. (3100) De todas las posibles listas de longitud 20 con ceros y unos, ¿en cuántas de estas listas están todos los ceros o todos los unos consecutivos o ambas cosas a la vez?
- A) 190 B) 192 C) 211 D) 380 E) 382

XVI CONCURSO DE PRIMAVERA. 2014. 2ª FASE
PRUEBA Nº 128

1. (3176) ¿Cuál es el cuarto término de la progresión geométrica $\sqrt{7}, \sqrt[3]{7}, \sqrt[6]{7}, \dots$?
- A) $\sqrt[9]{7}$ B) $\sqrt[12]{7}$ C) $\sqrt[5]{7}$ D) $\sqrt[10]{7}$ E) 1
2. (3177) Las longitudes de los lados de un triángulo, expresadas en cm, son los enteros 13, x , y . Si el producto $x \cdot y$ es 105, ¿cuál es, en cm, el perímetro del triángulo?
- A) 119 B) 69 C) 51 D) 39 E) 35
3. (3178) De los siguientes números, ¿cuál puede ser el número de aristas de un prisma?
- A) 6 B) 2010 C) 2012 D) 2014 E) 2015
4. (3179) La gráfica formada por los puntos (x, y) tales que $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ es:
- A) El conjunto vacío B) Un punto C) Un par de rectas
D) Una circunferencia E) Todo el plano
5. (3180) La solución de la ecuación $25^{-2} = \frac{5^{\frac{48}{x}}}{5^{\frac{26}{x}} \cdot 25^{\frac{17}{x}}}$ es:
- A) $x = 2$ B) $x = 3$ C) $x = 5$ D) $x = 6$ E) $x = 9$

6. (3181) ¿Qué número de los siguientes es un cuadrado perfecto?

- A) $98! \cdot 99!$ B) $98! \cdot 100!$ C) $99! \cdot 100!$ D) $99! \cdot 101!$ E) $100! \cdot 101!$

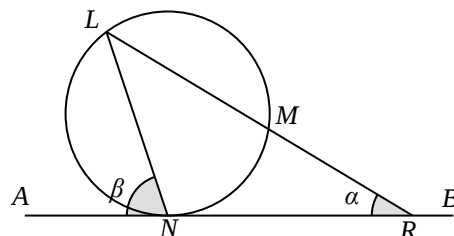
7. (3182) ¿Cuántos números de dos cifras, $\overline{ab}$, verifican que $3 \cdot \overline{ab} < \overline{ba}$?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 15 E) 22

8. (3183) Los enteros positivos a , b y c verifican: $a \cdot b \cdot c = 240$, $a \cdot c + b = 46$, $a + b \cdot c = 64$.
¿Cuál es el valor de $a + b + c$?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 24 E) 36

9. (3184) La circunferencia de la figura es tangente a la recta AB en el punto N . Las cuerdas LN y LM tienen la misma longitud. La prolongación de la cuerda LM corta a AB en el punto R . ¿Cuál de las siguientes expresiones verifican los ángulos α y β de la figura?



- A) $180^\circ + \alpha = 3\beta$ B) $\alpha + 2\beta = 180^\circ$ C) $\alpha + \beta = 180^\circ$ D) $2\alpha + \beta = 180^\circ$ E) $\alpha = \beta$

10. (3185) El triángulo de la figura lo hemos dividido en nueve trapecios y un triángulo, todos de la misma altura. ¿Qué porcentaje del área del triángulo está sombreada?

- A) 41,75% B) 42,5% C) 45% D) 46,5% E) 47%

11. (3186) ¿Cuál es el área del hexágono regular $ABCDEF$ si $A(0, 0)$ y $C(7, 1)$?

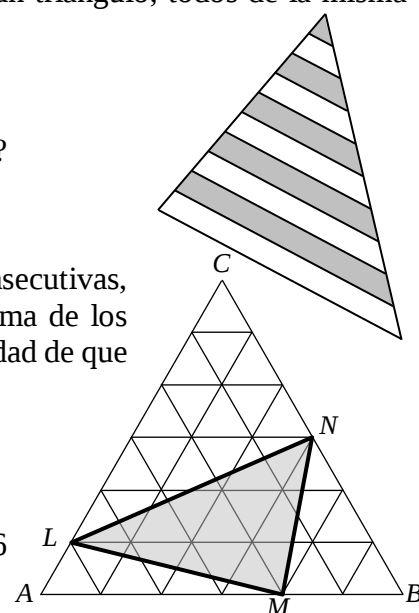
- A) $20\sqrt{3}$ B) $22\sqrt{3}$ C) $25\sqrt{3}$ D) $27\sqrt{3}$ E) 50

12. (3187) Al lanzar un dado, con sus caras numeradas del 1 al 6, tres veces consecutivas, resulta que el número obtenido en el tercer lanzamiento es igual a la suma de los números obtenidos en los dos primeros lanzamientos. ¿Cuál es la probabilidad de que el número 2 no haya aparecido en ninguno de los tres lanzamientos?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{125}{216}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{5}{12}$

13. (3188) El triángulo equilátero ABC de la figura está dividido en 36 triángulos equiláteros de área 1. ¿Cuál es el área del triángulo LMN ?

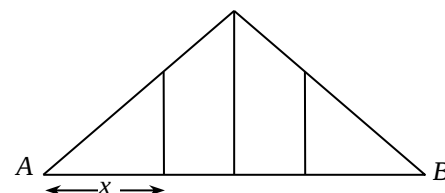
- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15



14. (3189) ¿Cuántos números N de cuatro cifras verifican que al borrar en N la cifra de las unidades de millar se obtiene otro número de tres cifras que es un noveno de N ?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

15. (3190) En el triángulo isósceles de la figura, el lado desigual es $AB = 12$. Si lo dividimos en cuatro polígonos de igual área, trazando rectas perpendiculares al lado AB , ¿cuál es el valor de x ?



- A) $3\sqrt{2}$ B) 4 C) 4,5 D) $3\sqrt{3}$ E) 3

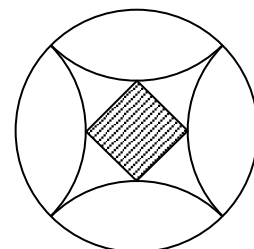
16. (3191) La suma de la progresión geométrica decreciente ilimitada $a, ar, ar^2, \dots$ es 7 y la suma de la progresión obtenida considerando solamente los términos con exponente impar de r , es 3.
¿Cuál es el valor de $a + r$?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{12}{7}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

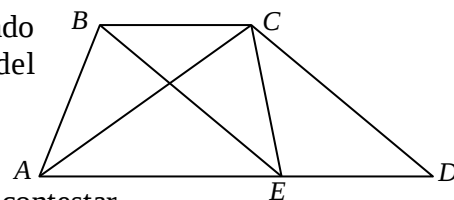
17. (3192) Sea P un punto del interior del triángulo equilátero ABC y Q , R y S los pies de las perpendiculares desde P a los lados AB , BC y CA , respectivamente. Si $PQ = 1$, $PR = 2$ y $PS = 3$, la longitud AB es igual a:
- A) 4 B) $3\sqrt{3}$ C) 6 D) $4\sqrt{3}$ E) 9
18. (3193) Un trozo de queso está situado en el punto $(12, 10)$ de un sistema de coordenadas. Un ratón se mueve a lo largo de la recta $y = 18 - 5x$ y, cuando está convencido de que se encuentra lo más cerca posible del queso, se para. Si se para en el punto (a, b) , el valor de $a + b$ es:
- A) 6 B) 10 C) 14 D) 18 E) 22
19. (3194) Las longitudes de los lados de un triángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5. Si dicho triángulo está inscrito en un círculo de radio 3, ¿cuál es el área del triángulo?
- A) 8,64 B) 12 C) 5π D) 17,28 E) 18
20. (3195) La probabilidad de obtener 1, 2, 3, 4, 5 y 6 en un determinado dado es proporcional a los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6, respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma 7 al lanzar dos veces ese dado?
- A) $\frac{4}{63}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{8}{63}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{7}$
21. (3196) Si el vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ es el punto (t, t) y el punto de corte de la parábola con el eje de ordenadas es el punto $(0, -t)$, con $t \neq 0$, el valor de b es:
- A) $-t$ B) 0 C) 2 D) 4 E) t
22. (3197) La suma de 18 enteros positivos consecutivos es un cuadrado perfecto. ¿Cuál es el menor valor posible para esta suma?
- A) 169 B) 225 C) 289 D) 361 E) 441
23. (3198) ¿Para cuántos números reales x se verifica que $\sqrt{120 - \sqrt{x}}$ es un número entero?
- A) 3 B) 6 C) 9 D) 10 E) 11
24. (3199) Si $\cos x = 0$ y z es un número positivo tal que $\cos(x + z) = \frac{1}{2}$, el menor valor posible para z , en radianes, es:
- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{8}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{9}$
25. (3200) En el trapecio $ABCD$ de bases AB y CD , E es el punto medio de BC y F el punto medio de DA . Si el área del cuadrilátero $ABEF$ es el doble del área del cuadrilátero $FECD$, el cociente $\frac{AB}{DC}$ es igual a:
- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

XVII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2015. 1ª FASE
PRUEBA Nº 132

1. (3276) Al hacer unas compras en unas rebajas, Luisa se ahorró 25 euros. Si pagó 250 €, ¿cuál de las siguientes opciones es la más próxima al porcentaje que se ahorró?
 A) 8% B) 9% C) 10% D) 11% E) 12%
2. (3277) En un recinto del zoo solo hay avestruces y cebras. El número de patas que se contaban era 28 más que el doble del número de cabezas. ¿Cuántas cebras había?
 A) 4 B) 7 C) 12 D) 14 E) 28
3. (3278) Si $x + y + z = 1$, $x + y - z = 2$, $x - y - z = 3$, ¿cuál es el valor de xyz ?
 A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 2
4. (3279) ¿Cuántos enteros positivos verifican que al eliminarles la última cifra el nuevo número es $\frac{1}{14}$ del original?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
5. (3280) Leído de izquierda a derecha, ¿cuál es el octavo dígito del producto $7216848248168566432 \cdot 125$?
 A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 E) 3
6. (3281) Si a , b y c son enteros positivos con $a < b < c$, tales que $ab + ac + bc = abc$, ¿cuál es el valor de $a + b + c$?
 A) 1 B) 4 C) 9 D) 11 E) No existen tales números
7. (3282) ¿Cuál es el menor número primo que tiene dos setes?
 A) 77 B) 177 C) 277 D) 377 E) 108794769
8. (3283) Escribimos tres números de dos cifras cada uno, de manera que los seis dígitos que utilizamos son diferentes. ¿Cuál es el mayor valor posible para la suma de estos tres números?
 A) 237 B) 246 C) 255 D) 264 E) 273
9. (3284) ¿Cuál es la suma de las cifras del mayor capicúa de cuatro cifras, divisible entre 15?
 A) 18 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36
10. (3285) En la figura se observa un círculo de radio 1 y en su interior cuatro arcos de circunferencia, también de radio 1, que encierran un cuadrado. La figura tiene cuatro ejes de simetría. ¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado?
 A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $2 - \sqrt{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\sqrt{2} - 1$ E) $\frac{1}{2}$
11. (3286) El conjunto de puntos que equidistan de la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ y la recta $y = -3$, viene dado por la gráfica de:
 A) $y + 2 = 3x^2$ B) $y + 2 = -3x^2$ C) $x^2 + y^2 - 1 = (y + 3)^2$
 D) $x^2 + y^2 = (y + 4)^2$ E) Nada de lo anterior

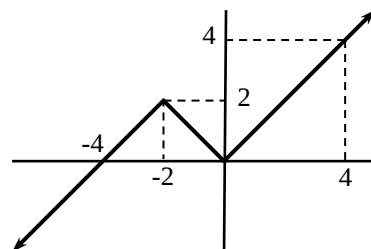


12. (3287) Dibujamos un trapecio $ABCD$ y un segmento BE paralelo al lado CD del trapecio. Si llamamos x al área del trapecio $ABCE$ e y al área del triángulo ACD , la relación que existe entre x e y es:



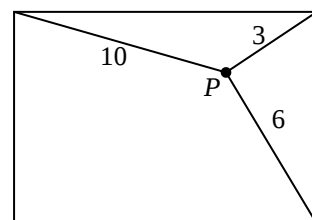
- A) $x = y$ B) $x > y$ C) $y > x$
 D) Depende del tipo de trapecio E) Faltan datos para poder contestar
13. (3288) Sea N el menor entero positivo cuyos dígitos suman 2015. ¿Cuál es el primer dígito de $N + 1$?

- A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 1
14. (3289) Si $y = f(x)$ es la función representada en la figura, ¿cuántas soluciones tiene la ecuación $f[f(f(x))] = 0$?



- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0
15. (3290) La suma de 35 enteros es S . Intercambiamos dos dígitos de uno de estos enteros y la nueva suma es T . Entonces $S - T$ es divisible entre:

- A) 9 B) 2 C) 7 D) 5 E) Nada de lo anterior
16. (3291) Las distancias de un punto P interior a un rectángulo a tres de sus vértices, como muestra la figura, son: 3, 6 y 10. ¿Cuál es la distancia al cuarto vértice?



- A) 13 B) $\sqrt{127}$ C) 7 D) $\sqrt{109}$ E) 15
17. (3292) El valor del número b tal que $\lg_b 10 + \lg_b 10^2 + \dots + \lg_b 10^{10} = 110$ es:

- A) $\sqrt{10}$ B) $e + 1$ C) 10 D) 20 E) $10^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{10}}$
18. (3293) Si $\sqrt{16 + \sqrt{16 + \sqrt{16 + \dots}}}$ es el número x , ¿cuál es el valor de x ?

- A) $2\sqrt{2}$ B) 4 C) $\frac{\sqrt{65} + 1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{65} - 1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{65}}{2}$

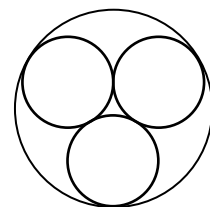
19. (3294) Encendemos a la vez dos velas cilíndricas de la misma altura pero de diferente grosor. Una de ellas se consume en 4 horas, la otra en 3 horas. Suponiendo que se consumen a ritmo constante y que la duración es proporcional a la cantidad de cera, ¿qué tiempo ha pasado desde que las encendimos hasta el momento en que la altura de la primera es el doble de la altura de la segunda?

- A) 1 h B) 1 h 12 min C) 2 h D) 2 h 12 min E) 2 h 24 min
20. (3295) Las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo son x e y , mientras que la longitud de la hipotenusa es $x + y - 4$. ¿Cuál es la longitud del radio de la circunferencia inscrita?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 9
21. (3296) ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $x^5 + 2x^3 + 8x^2 + 16 = 0$?

- A) Cinco B) Cuatro C) Tres D) Dos E) Una

22. (3297) Tres circunferencias de igual radio, tangentes entre sí, están inscritas en otra circunferencia de radio 1 como muestra la figura. ¿Cuál es el radio de cada una?

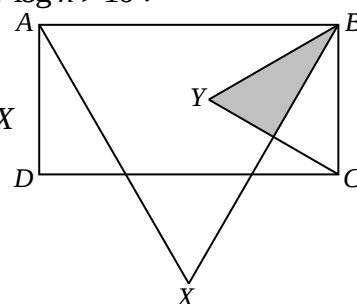
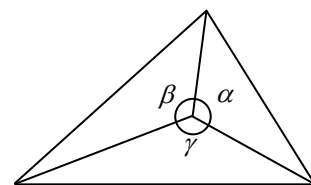
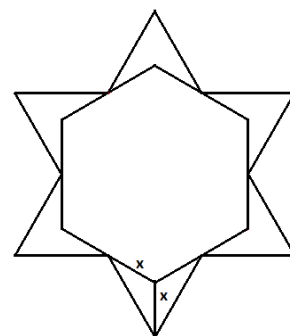


- A) $2 - \sqrt{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $2\sqrt{3} - 3$ E) $\frac{1}{2}$

23. (3298) El número 3 puede escribirse como suma de dos o más enteros positivos de tres formas diferentes: $2 + 1$, $1 + 2$, $1 + 1 + 1$. ¿De cuántas formas diferentes puede escribirse el número 5?
- A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15
24. (3299) Seis estudiantes de diversos países de Europa comparten piso en un curso del proyecto “Erasmus”. Todos ellos hablan solamente dos idiomas: Ángela habla alemán e inglés; Ulrike, alemán y español; Karin, francés y español; Dieter, alemán y francés; Pierre, francés e inglés y Rocío, inglés y español. Si elegimos dos de ellos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que puedan hablar en una lengua que entienda bien cada uno?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$
25. (3300) Una caja tiene 900 tarjetas cada una numerada con un número desde el 100 hasta el 999. Berta va a extraer de la caja algunas tarjetas y apuntará la suma de los dígitos de cada una. (Por ejemplo, si toma las tarjetas 187, 205 y 945 apuntará 16, 7 y 18). ¿Cuántas tarjetas debe tomar como mínimo para poder garantizar que tomará al menos tres de ellas con la misma suma de dígitos?
- A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

XVII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2015. 2ª FASE
PRUEBA Nº 136

1. (3376) En un bombo de lotería quedan $2n$ bolas, la mitad pares y la mitad impares. Si damos vueltas al bombo y extraemos dos bolas, ¿cuál es la probabilidad de que la suma sea impar?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{n}{2n-1}$ C) $\frac{n}{2n+1}$ D) $\frac{n-1}{2n-1}$ E) $\frac{n-1}{2n}$
2. (3377) ¿Cuál es el factorial más pequeño que es múltiplo de 3^{29} ?
- A) 50! B) 54! C) 58! D) 60! E) 63!
3. (3378) Si el lado de la estrella mide 6, ¿cuál es el perímetro del hexágono regular inscrito de la figura?
- A) $24\sqrt{3}$ B) 48 C) $36\sqrt{2}$ D) $27\sqrt{3}$ E) $18\sqrt{6}$
4. (3379) Los ángulos de un triángulo miden, 42° , 58° y 80° . El incentro del triángulo forma con los vértices los ángulos, α , β y γ . La mayor diferencia entre dos de estos ángulos es:
- A) 16° B) 19° C) 18° D) 8° E) 9°
5. (3380) La suma de todos los productos de dos factores diferentes de los números del 1 al 6 es 175. ¿Cuál es la suma de los productos de dos en dos de los números del 1 al 7?
- A) 343 B) 336 C) 329 D) 325 E) 322
6. (3381) ¿Cuál es el primer natural, n , que verifica que: $\log 1 + \log 2 + \log 3 + \dots + \log n > 10$?
- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15
7. (3382) En el rectángulo $ABCD$ de la figura, $AB = 2$ y $BC = 1$. Si tanto ABX como BCY son triángulos equiláteros, ¿cuál es el área de la zona sombreada?
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ C) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{8}$



8. (3383) En *Numerolandia* hay exactamente 9 ciudades cuyos nombres son: Uno, Dos, Tres,... y Nueve. El presidente del país decide construir carreteras entre las ciudades de la siguiente forma: dos ciudades distintas tienen una carretera directa que las une, si y sólo si, con sus nombres se puede formar un número de dos cifras múltiplo de 3. (Así por ejemplo, Dos y Uno están unidas puesto que 21 ó 12 es múltiplo de 3, pero en cambio Seis y Cuatro no, pues ni 64 ni 46 son múltiplos de 3). ¿Cuántas carreteras tiene que construir?

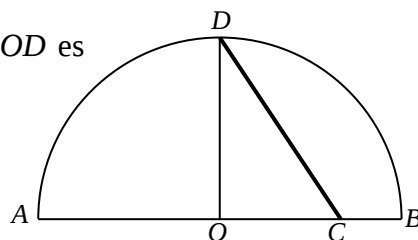
A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

9. (3384) En una caja hay dos bolas rojas, dos verdes y dos amarillas, todas de igual tamaño. Alicia coge dos bolas de la caja, luego Bea coge otras dos de las restantes y finalmente Carlos coge las dos últimas. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas que coge Carlos sean del mismo color?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

10. (3385) En la figura adjunta, O es el centro de la semicircunferencia y OD es perpendicular al diámetro AB . Si $AC = a$ y $CB = b$, ¿cuánto vale DC ?

A) $\frac{a+b}{2}$ B) $\frac{2ab}{a+b}$ C) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ D) $\sqrt{\frac{2a^2+b^2}{2}}$ E) $\frac{a^2}{b}$

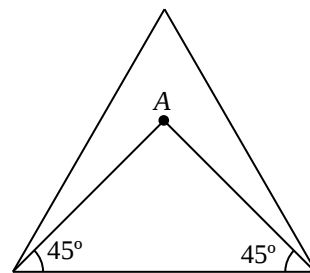


11. (3386) Si el 50 % de P es el 20 % de Q , ¿qué porcentaje de Q representa P ?

A) 60 % B) 50 % C) 40 % D) 20 % E) 30 %

12. (3387) Joaquín tiene un terreno con forma de triángulo equilátero de 1 km de lado como el de la figura. Desea construir una casa en el punto A y caminos perpendiculares a cada lado desde dicho punto. ¿Cuál es, en km, la longitud total de los tres caminos?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) 0,8 C) $0,45\sqrt{5}$ D) 0,85 E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

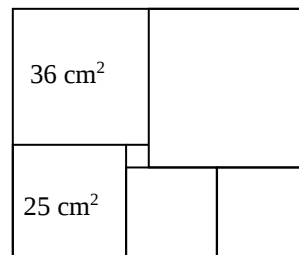


13. (3388) De la lista formada por $\{-1, -2, -3, -4, -5\}$ elegimos cuatro números diferentes: a, b, c y d . ¿Cuál es el mayor valor posible para la expresión $a^b + c^d$?

A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{31}{32}$ D) $\frac{10}{9}$ E) $\frac{26}{25}$

14. (3389) Dividimos un rectángulo en seis cuadrados como se muestra en la figura. En ella se muestran las áreas de dos de ellos. ¿Cuál es, en cm, el perímetro de dicho rectángulo?

A) 50 B) 44 C) 46 D) 52 E) 48



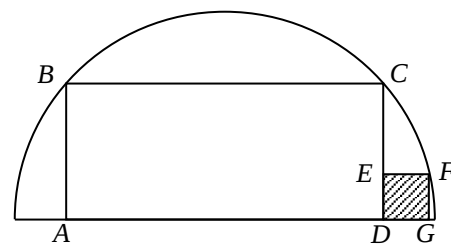
15. (3390) En el triángulo isósceles ABC con $AB = AC = x + 1$ y $BC = 2x - 2$, en donde $x > 1$, su área viene dada por la expresión:

A) $(x-1)\sqrt{2x^2+2}$ B) $2(x-1)4$ C) $\frac{1}{2}(x+1)^2$ D) $(x+1)(x-1)$ E) $2(x-1)\sqrt{x}$

16. (3391) ¿Cuál es el área del triángulo determinado por las rectas $y = -2x + 8$, $y = \frac{1}{2}x - 2$, $x + 2 = 0$?

A) 15 B) 27 C) 30 D) 36 E) 45

17. (3392) La figura adjunta muestra un rectángulo $ABCD$ inscrito en una semicircunferencia y su diámetro. Las dimensiones del rectángulo son $AB = 12$ y $BC = 28$. Se ha construido un cuadrado $DEFG$ como ves en la figura.
¿Cuál de los siguientes números es el área del cuadrado $DEFG$?



- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16
18. (3393) La progresión aritmética $\{a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots, a + (n - 1)d\}$ de n términos verifica las siguientes propiedades: a) La suma de los términos: primero, tercero, quinto y así sucesivamente hasta llegar al último de la progresión original, es 320; y b) La suma de los términos: primero, cuarto, séptimo, décimo y así sucesivamente hasta el último de la progresión original, es 224.
¿Cuál es la suma de todos los términos de la progresión?
- A) 656 B) 640 C) 608 D) 704 E) 672
19. (3394) Las parábolas $y = ax^2 - 2$ e $y = 4 - bx^2$ coinciden en sus cortes con el eje X. Si el cuadrilátero que tiene por vértices los cortes de las parábolas con los ejes de coordenadas tiene área 12.
¿Cuál es el valor de $a + b$?
- A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3
20. (3395) Si $\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \frac{1}{\log_4 a} = 1$, ¿cuál es el valor de a ?
- A) 9 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36
21. (3396) Los ceros del polinomio $p(x) = x^2 - ax + 2a$ son números enteros.
¿Cuál es la suma de todos los valores posibles de a ?
- A) 7 B) 8 C) 16 D) 17 E) 18
22. (3397) En una moneda trucada la probabilidad de obtener cara al ser lanzada es de $\frac{1}{4}$. Cuando la lanzamos n veces resulta que tiene la misma probabilidad de obtener dos caras que de obtener tres caras.
¿Cuál es el valor de n ?
- A) 5 B) 8 C) 10 D) 11 E) 13
23. (3398) En una circunferencia inscribimos un cuadrilátero $ABCD$ en el que $\hat{BAC} = 70^\circ$, $\hat{ADB} = 40^\circ$ y $BC = 6$.
¿Cuál es el valor de AC ?
- A) $3 + \sqrt{5}$ B) 6 C) $\frac{9}{2}\sqrt{2}$ D) $8 - \sqrt{2}$ E) 7
24. (3399) El centro de un círculo de radio 2 es a la vez vértice de un triángulo equilátero de lado 4. ¿Cuál es la diferencia entre el área de la región interior al círculo pero exterior al triángulo y el área de la región interior al triángulo pero exterior al círculo?
- A) $8 - \pi$ B) $\pi + 2$ C) $2\pi - \frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $4(\pi - \sqrt{3})$ E) $2\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$
25. (3400) Para cada número compuesto n definimos $r(n)$ como la suma de los factores en la descomposición en factores primos de n . Por ejemplo, $r(50) = 12$ puesto que $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$ y $2 + 5 + 5 = 12$.
¿Cuál es el recorrido de la función $r(n)$? Nota: El recorrido de $r = \{r(n), \text{ con } n \text{ número compuesto}\}$
- A) Conjunto de enteros positivos B) Conjunto de los números compuestos
C) Conjunto de los pares mayores que 3 D) Conjunto de los enteros mayores que 3
E) Conjunto de los enteros mayores que 4

XVIII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2016. 1ª FASE
PRUEBA Nº 140

1. (3476) En un bombo de lotería quedan $2n+1$ bolas, $n+1$ pares y n impares. Si damos vueltas al bombo y extraemos dos bolas, ¿cuál es la probabilidad de que la suma sea impar?

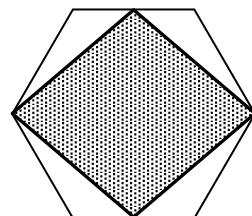
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{n-1}{2n+1}$ C) $\frac{n}{2n+1}$ D) $\frac{n+1}{2n+1}$ E) $\frac{n-1}{2n}$

2. (3477) ¿Cuál es el factorial más pequeño que es múltiplo de 2^{29} ?

A) $32!$ B) $31!$ C) $30!$ D) $25!$ E) $24!$

3. (3478) El área del rombo inscrito al hexágono regular de la figura es de 24 cm^2 . La del hexágono regular, en cm^2 , es:

A) 27 B) 30 C) $24\sqrt{3}$ D) 36 E) 48

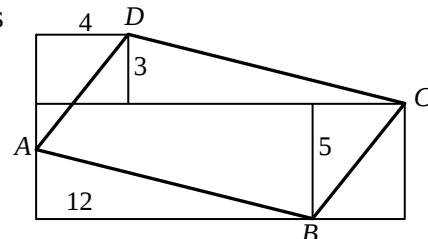


4. (3479) El polinomio de segundo grado en x con coeficientes reales, $ax^2 + bx + a$, verifica siempre que:

A) Su raíz es doble B) Sus raíces son inversas C) Sus raíces son opuestas
D) Sus dos raíces son reales E) Sus dos raíces son estrictamente complejas

5. (3480) El seno de uno de los ángulos del paralelogramo $ABCD$ es:

A) $\frac{65}{3\sqrt{17}\sqrt{41}}$ B) $\frac{19}{\sqrt{17}\sqrt{41}}$ C) $\frac{24}{\sqrt{17}\sqrt{41}}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{56}{65}$



6. (3481) La hipérbola, $y = \frac{2x+1}{x-1}$, puede ser escrita en forma implícita mediante la ecuación, $(x-a) \cdot (y-b) = k$. ¿Cuál es el valor de k ?

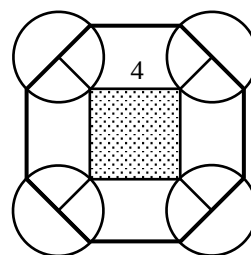
A) 1 B) -1 C) 2 D) 3 E) -4

7. (3482) La suma de todos los productos de ocho en ocho de los números del 1 al 9 acaba en:

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

8. (3483) El lado del cuadrado central de la figura mide 4 cm. El área, en cm^2 , del octógono regular es:

A) $32 \cdot (1 + \sqrt{2})$ B) 48 C) $32 \cdot (4 - \sqrt{2})$ D) $128 \cdot (1 - \sqrt{2})$ E) 64



9. (3484) ¿Cuál es el dígito de las decenas de $2016^2 - 2016$?

A) 0 B) 1 C) 4 D) 5 E) 6

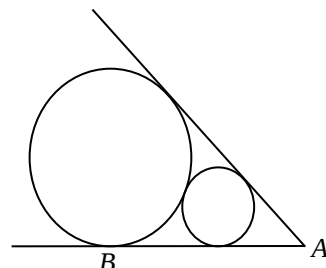
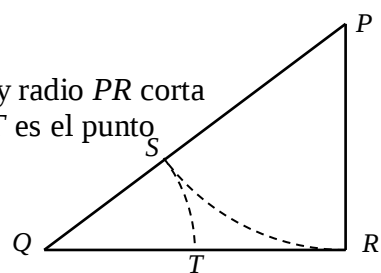
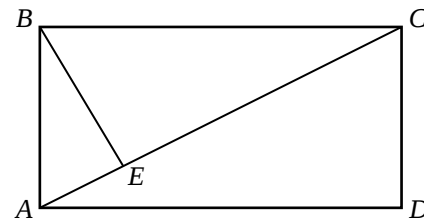
10. (3485) Los números x e y satisfacen las ecuaciones $x \cdot (y + 2) = 100$, $y \cdot (x + 2) = 60$. ¿Cuál es el valor de $x - y$?

A) 60 B) 50 C) 40 D) 30 E) 20

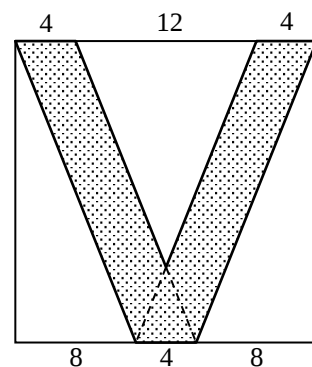
11. (3486) María fue a nadar ayer. Cuando había hecho un quinto de la distancia prevista se tomó un descanso. Después de hacer seis largos más, había cubierto un cuarto de lo que iba a hacer. ¿Cuántos largos tenía programado hacer?

A) 40 B) 72 C) 80 D) 100 E) 120

12. (3487) En la tienda todos los precios son de la forma $a,99\text{€}$, en donde a es un número entero positivo. Si un día me gasté $65,76\text{€}$, ¿cuántos artículos compré?
- A) 4 B) 6 C) 14 D) 24 E) Hay varias posibilidades
13. (3488) En una lista de cinco enteros la media es 9, la mediana 10 y la moda 11. ¿Cuál es el entero más pequeño que podemos escribir?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
14. (3489) Los lados del rectángulo de la figura son uno el doble que otro. Si BE es perpendicular a la diagonal AC , ¿cuál es el cociente entre el área del triángulo ABE y el área del rectángulo $ABCD$?
- A) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{12}$
15. (3490) ¿Para qué enteros n , mayores que 1, se verifica que $4^n - 1$ es un número primo?
- A) Para todos los primos mayores que 4 B) Para todos los impares mayores que 4
C) Para todos salvo $n = 2$ y $n = 3$ D) Sólo para $n = 15$ E) Para ninguno
16. (3491) Un día un estudiante le dijo a Don Retorcido que todos los números de la forma $8n + 3$, con n entero positivo, tenían un divisor primo que era también de la forma $8q + 3$, con q entero positivo. Don Retorcido le hizo notar que eso no era verdad mostrándole un contraejemplo. ¿Qué número de estos le mostró?
- A) 19 B) 33 C) 91 D) 99 E) 803
17. (3492) ¿Cuántos puntos de la circunferencia $x^2 + y^2 = 50$ tienen al menos una de las coordenadas entera?
- A) 16 B) 30 C) 48 D) 60 E) 100
18. (3493) Dos vértices de un cuadrado son los puntos $(1, 0)$ y $(2, 0)$. ¿Cuál de las siguientes rectas lo divide en dos trozos de igual área?
- A) $2y = x$ B) $3y = x$ C) $3y = 2x$ D) $2y = \sqrt{2}x$ E) $4y - x = 0$
19. (3494) El triángulo PQR es rectángulo en R . La circunferencia con centro P y radio PR corta a PQ en S y la circunferencia con centro Q y radio QS corta a QR en T . Si T es el punto medio del lado QR , ¿cuál es el cociente entre QS y SP ?
- A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$
20. (3495) En la figura se observan dos circunferencias de radios 90 y 40, respectivamente, tangentes entre sí y tangentes a dos rectas que se cortan en el punto A . Si B es un punto de tangencia, ¿cuál es la distancia de A a B ?
- A) 216 B) 220 C) 224 D) 236 E) 240
21. (3496) La solución de la ecuación $5^x - 5^{x-2} = 120\sqrt{5}$ es un número racional $\frac{a}{b}$, irreducible. ¿Cuál es el valor de $a \cdot b$?
- A) 2 B) 6 C) 12 D) 14 E) 28



22. (3497) En el cuadrado de la figura, de lado 20 cm, hemos dibujado esta "V" con las dimensiones que se indican. ¿Cuál es el área, en cm^2 , que ocupa la letra "V"?
- A) 136 B) 150 C) 164 D) 188 E) 200
23. (3498) Si a , b y c son enteros positivos con $abc + ab + ac + bc + a + b + c = 104$, $a^2 + b^2 + c^2$ es igual a:
- A) 49 B) 51 C) 54 D) 56 E) 60
24. (3499) Si $\text{tg } x + \text{tg } y = 25$ y $\text{ctg } x + \text{ctg } y = 30$, ¿cuál es el valor de $\text{tg } (x + y)$?
- A) 100 B) 120 C) 150 D) 180 E) 200
25. (3500) En el complejo $z = 9 + bi$ en el que $b > 0$, se verifica que las partes imaginarias de z^2 y z^3 son iguales. ¿Cuál es el valor de b ?
- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30



**XVIII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2016. 2ª FASE
PRUEBA Nº 144**

1. (3576) Marta tiene ocho sobres numerados del 1 al 8 y ocho tarjetas, numeradas también del 1 al 8. ¿De cuántas formas puede distribuir las tarjetas, una en cada sobre, de forma que ninguna de las tarjetas 1, 2 y 3 esté en el sobre con su misma numeración?
- A) 27 240 B) 29 160 C) 27 360 D) 27 600 E) 25 200
2. (3577) ¿Cuántos pares de enteros, (x, y) con $0 \leq x \leq y$ verifican la ecuación $5x^2 - 4xy + 2x + y^2 = 624$?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
3. (3578) Alicia y Bea juegan con una moneda equilibrada lanzando la moneda una vez cada una hasta un máximo de tres lanzamientos cada una. Empieza Alicia y gana la primera que consiga una cara. Si ninguna obtiene cara hay empate. ¿Cuál es la probabilidad de que gane Alicia?

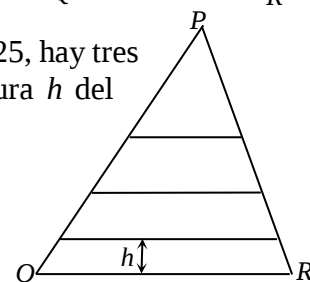
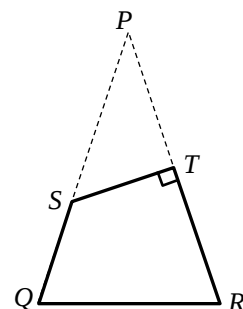
- A) $\frac{21}{32}$ B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{11}{16}$ E) $\frac{9}{16}$

4. (3579) En el triángulo isósceles PQR de la figura, $PQ = PR$ y $QR = 300$. Sobre el lado PR se toma un punto T y sobre el PQ otro punto S de manera que ST es perpendicular a PR y $ST = 120$. Si $TR = 271$, $QS = 221$, ¿cuál es el área del cuadrilátero $STRQ$?

- A) 21 275 B) 40 605 C) 46 860 D) 54 000 E) 54 603

5. (3580) En el triángulo isósceles PQR de la figura, en el que $QP = 150$ y $PR = QR = 125$, hay tres segmentos paralelos a QR que lo dividen en cuatro regiones de igual área. La altura h del trapecio inferior es:

- A) $60(2\sqrt{3} - 3)$ B) $60(2 - \sqrt{3})$ C) $60(\sqrt{2} - 1)$
D) $60(3 - 2\sqrt{2})$ E) 16



6. (3581) Tres vértices de un paralelogramo son los puntos $O(0, 0)$, $A(1, 4)$ y $B(4, 1)$.

¿Cuál es el área del paralelogramo?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 17 E) 19

7. (3582) Si a , b y c son enteros diferentes que verifican las condiciones:

- $a \cdot b \cdot c = 17\,955$
- a , b y c están en progresión aritmética (en ese orden)
- $3a + b$, $3b + c$ y $3c + a$ están en progresión geométrica (en ese orden). ¿Cuál es el valor de $a + b + c$?

- A) -63 B) -42 C) -682 D) -48 E) -106

8. (3583) Los vértices del triángulo ABC son los puntos de intersección de las rectas $r: x = 13$, $s: y = 0$, $t: y = \sqrt{3}(x-1)$. Si la bisectriz interior del ángulo que forman las rectas s y t corta a la recta r en un punto D , ¿cuál es la ordenada de este punto?

- A) $4 + \sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{12}{\sqrt{3}}$ E) $6\sqrt{3}$

9. (3584) Si $\cos 60^\circ = \cos 45^\circ \cdot \cos \alpha$ con $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, entonces α es igual a:

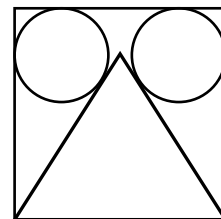
- A) 15° B) $22,5^\circ$ C) 30° D) 45° E) 60°

10. (3585) Hay dos formas de elegir seis números diferentes de la lista 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, de forma que el producto de estos seis números sea un cuadrado perfecto. Si estos cuadrados son m^2 y n^2 con m y n positivos y $m \neq n$, ¿cuál es el valor de $m + n$?

- A) 108 B) 91 C) 61 D) 56 E) 144

11. (3586) La primera imagen de don Retorcido es una caricatura que le hicieron hace 20 años (cuando comenzaron los Concursos de Primavera). Está enmarcada en un cuadrado de 6 dm de lado, la nariz es un triángulo equilátero y cada lente, circular, es tangente a dos lados del marco y a un lado de la nariz.

¿Cuánto mide el radio, en dm, del círculo que representa cada lente?



- A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$ D) $3 - \sqrt{3}$ E) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

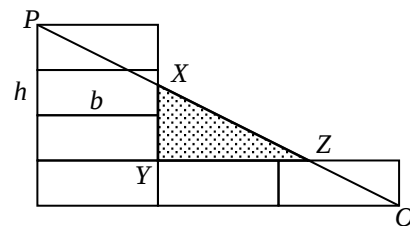
12. (3587) Las ordenadas en el origen de tres rectas paralelas son 2, 3 y 4. La suma de las abscisas de los puntos de corte de las rectas con el eje OX es -36. ¿Cuál es la pendiente de estas rectas?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) 4 E) $\frac{1}{4}$

13. (3588) Los tres números reales a , b y c están, en ese orden, en progresión geométrica. Si su suma es 114 y su producto 46 656, ¿cuál es el valor de $a + c$?

- A) 78 B) 76 C) 54 D) 36 E) 24

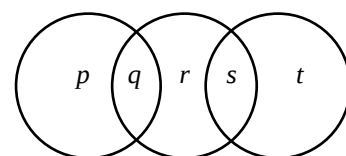
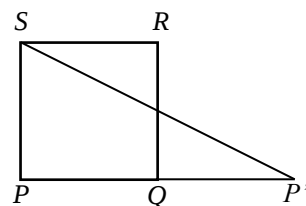
14. (3589) Seis rectángulos idénticos, de base b y altura h , están colocados como muestra la figura. El segmento PQ intercepta a un lado vertical de uno de ellos en X y a un lado horizontal de otro en Z . Si en el triángulo rectángulo XYZ se verifica que $YZ = 2 \cdot XY$, entonces $\frac{h}{b}$ es igual a:

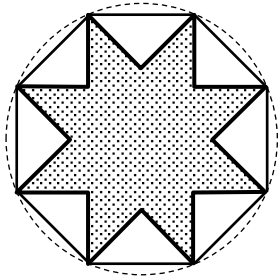
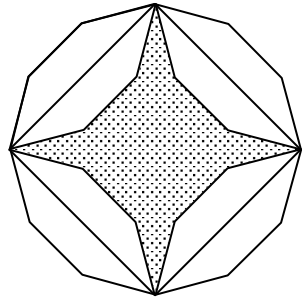


- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

15. (3590) ¿Cuántos enteros, a , verifican que $a^{2015} + a^{2016}$ es múltiplo de 5, con $1 \leq a \leq 10$?

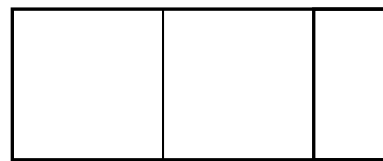
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
16. (3591) ¿Cuántas parejas de enteros positivos (p, q) con $p + q \leq 100$ verifican la ecuación $\frac{p + q^{-1}}{p^{-1} + q} = 17$?
A) Ninguna B) 1 C) 2 D) 4 E) 5
17. (3592) Si $x^2 = 8x + y$ e $y^2 = 8y + x$ con $x \neq y$, el valor de $x^2 + y^2$ es:
A) 9 B) 49 C) 63 D) 21 E) 56
18. (3593) Si $30^A = 6$, $30^B = 10$ y $30^C = 15$ ¿Cuál es la media de A , B y C ?
A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{3}$
19. (3594) $PQRS$ es un cuadrado y P' es el punto simétrico de P respecto de Q . Si la longitud de SP , es 90 mm, ¿cuál es, en mm^2 , el área del cuadrado $PQRS$?
A) 324 B) 1620 C) 1800 D) 2025 E) 2700
20. (3595) En una asociación benéfica formada por padres, profesores y alumnos de un centro, el 25% del dinero donado proviene de los padres. El resto lo donan entre profesores y alumnos. El cociente entre el dinero donado por los profesores y el donado por los alumnos es $\frac{2}{3}$. ¿Cuál es el cociente entre el dinero donado por los padres y el dinero donado por los alumnos?
A) $\frac{20}{9}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{12}$
21. (3596) Hay dos valores de k para los que la ecuación $x^2 + 2kx + 7k - 10 = 0$ tiene una sola raíz real. La suma de estos valores de k es:
A) 0 B) -3 C) 3 D) -7 E) 7
22. (3597) ¿Cuántos enteros hay entre 10 y 1000 que verifican que la suma de sus cifras es 3?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
23. (3598) Los enteros 789 y 998 no tienen otras cifras que no sean 7, 8 o 9. ¿Cuántos enteros de tres cifras no tienen cifras distintas a 7, 8 o 9?
A) 6 B) 9 C) 18 D) 36 E) 27
24. (3599) En el dibujo que observas, p , q , r , s y t representan cinco enteros consecutivos, no necesariamente en ese orden. Los dos enteros del círculo de la izquierda suman 63 y los del círculo de la derecha suman 57. ¿Cuál es r ?
A) 20 B) 24 C) 28 D) 30 E) 32
25. (3600) ¿Cuál es el producto de las soluciones de la ecuación $(x - 4)(x - 2) + (x - 2)(x - 6) = 0$?
A) 12 B) 20 C) 48 D) 10 E) 96



1. (3676) La ecuación $\log_2 \sqrt{x+1} + \log_2 x = \log_2 \sqrt{x-1} + \log_2 (-x)$
 - A) Tiene una solución real
 - B) Tiene dos soluciones reales
 - C) Tiene infinitas soluciones reales
 - D) No tiene soluciones reales
 - E) Tiene un número finito, mayor que dos, de soluciones reales
2. (3677) Si $\log_2 \sqrt[n]{0,125} = x$, el valor de $x \cdot n$ es:
 - A) -1
 - B) 2
 - C) -3
 - D) 4
 - E) -5
3. (3678) ¿Cuántos números menores que 100 son el producto de tres primos?
 - A) 18
 - B) 19
 - C) 20
 - D) 21
 - E) 22
4. (3679) El lado del octógono regular mide 4 cm.
El área de la estrella octogonal de la figura, en cm^2 , es:
 
 - A) $32\sqrt{2}$
 - B) 32
 - C) $24\sqrt{2}$
 - D) $16\sqrt{2}$
 - E) 24
5. (3680) Dado el complejo $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$, la suma $1 + z + z^2 + \dots + z^8$ es:
 - A) 1
 - B) i
 - C) 0
 - D) $-i$
 - E) -1
6. (3681) Teniendo en cuenta que $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$, ¿cuánto suman todos los productos de dos números distintos tomados del 1 al 10?
 - A) 1650
 - B) 1540
 - C) 1430
 - D) 1320
 - E) 1210
7. (3682) Una de las asíntotas de la hipérbola, $y = \frac{3x^2 - 5x + 1}{x - 2}$ es:
 - A) $y = x + 1$
 - B) $y = 3x - 1$
 - C) $y = x + 3$
 - D) $y = 3x + 1$
 - E) $y = x - 2$
8. (3683) El número de soluciones del sistema $\begin{cases} y = x^2 - x + 1 \\ x = y^2 - y + 1 \end{cases}$, es:
 - A) 0
 - B) 1
 - C) 2
 - D) 3
 - E) 4
9. (3684) En un dodecágono regular hemos inscrito un cuadrado y usando sus lados como ejes de simetría hemos dibujado la estrella sombreada de cuatro puntas de la figura. Si el lado del dodecágono mide 1 cm, el área de la estrella, en cm^2 , es:
 
 - A) $2 + \sqrt{3}$
 - B) $\frac{6 + \sqrt{2}}{2}$
 - C) $2\sqrt{3}$
 - D) $5 - \sqrt{2}$
 - E) 4
10. (3685) En una feria cada diez minutos se sortea un premio entre diez papeletas.
Con una papeleta en cada sorteo, ¿cuántas veces debo participar al menos para que la probabilidad de llevarme premio sea mayor que $\frac{1}{2}$?
 - A) 8
 - B) 7
 - C) 6
 - D) 5
 - E) 4
11. (3686) Si $2 + 3i$ es una raíz cuarta de z , también lo es:

- A) $2 - 3i$ B) $3 - 2i$ C) $3 + 2i$ D) $-2 + 3i$ E) $-3 - 2i$

12. (3687) El rectángulo de la figura está dividido en dos cuadrados y un rectángulo pequeño. Si el rectángulo pequeño es semejante al rectángulo original y el lado de cada cuadrado es 1, ¿cuál es la longitud del lado largo del rectángulo original?



- A) $2\sqrt{3} - 14$ B) $1 + \sqrt{2}$ C) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ E) $8(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

13. (3688) ¿Cuántos puntos comunes tienen las gráficas de las funciones $y = x^2$, $y = \frac{1}{1 + x^2}$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14. (3689) Si la base mayor de un trapecio isósceles mide igual que la diagonal y la base menor mide igual que la altura del trapecio, ¿cuál es el cociente entre la longitud de la base menor y la de la base mayor?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

15. (3690) El máximo valor que alcanza la función $f(x) = \frac{\sin^3 x \cdot \cos x}{1 + \tan^2 x}$ es:

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

16. (3691) Lanzamos un dado normal seis veces. Si p es la probabilidad de que en los seis lanzamientos se obtengan números distintos, entonces el número p verifica:

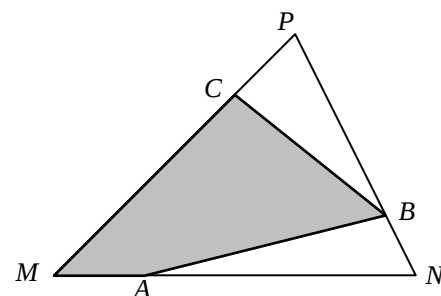
- A) $p \leq 0,02$ B) $0,02 < p \leq 0,04$ C) $0,04 < p \leq 0,06$
D) $0,06 < p \leq 0,08$ E) $p > 0,1$

17. (3692) Si $x^2 + xy + y^2 = 84$ y $x - \sqrt{xy} + y = 6$, ¿cuál es el valor de xy ?

- A) 16 B) 25 C) 36 D) 49 E) 64

18. (3693) Los puntos A , B y C de la figura dividen a cada lado del triángulo MNP en dos trozos que están en la relación 1:3. ¿Qué fracción del área del triángulo está sombreada?

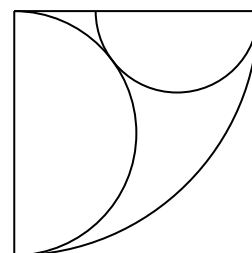
- A) $\frac{7}{16}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{9}{16}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{11}{16}$



19. (3694) Una bolsa contiene m bolas blancas y n bolas negras. Extraemos una bola al azar y la devolvemos a la bolsa añadiendo otras k bolas del mismo color que la extraída. Posteriormente sacamos otra bola. ¿Cuál es la probabilidad de que esta segunda bola sea blanca?

- A) $\frac{m}{m+n}$ B) $\frac{n}{m+n}$ C) $\frac{m}{m+n+k}$ D) $\frac{m+k}{m+n+k}$ E) $\frac{m+n}{m+n+k}$

20. (3695) El dibujo muestra un cuarto de circunferencia de radio 2 y dos semicircunferencias tangentes entre sí. ¿Cuál es el radio de la semicircunferencia pequeña?



- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{2}{3}$

21. (3696) ¿Cuáles de las siguientes desigualdades no tienen soluciones reales?

1. $2x < 2^x < x^2$ 2. $x^2 < 2x < 2^x$ 3. $2^x < x^2 < 2x$

4. $x^2 < 2^x < 2x$

5. $2^x < 2x < x^2$

6. $2x < x^2 < 2^x$

A) 1 y 3

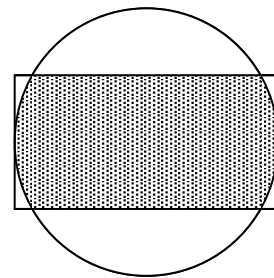
B) 1 y 6

C) 2 y 4

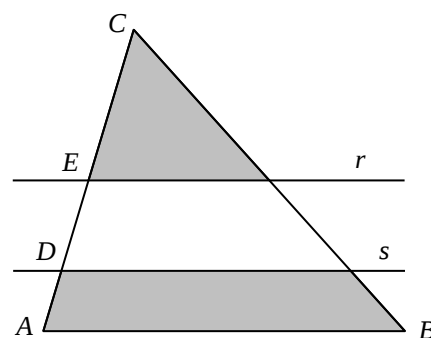
D) 2 y 5

E) 3 y 5

22. (3697) ¿Cuál es el menor de los siguientes números?

A) $10 - 3\sqrt{11}$ B) $8 - 3\sqrt{7}$ C) $5 - 2\sqrt{6}$ D) $9 - 4\sqrt{5}$ E) $7 - 4\sqrt{3}$ 23. (3698) El círculo y el rectángulo de la figura tienen el mismo centro. Si las dimensiones del rectángulo son 6×12 y los dos lados pequeños del rectángulo son tangentes al círculo, ¿cuál es el área de la región común al rectángulo y al círculo?A) $12\pi + 18\sqrt{3}$ B) $24\pi - 3\sqrt{3}$ C) $18\pi - 8\sqrt{3}$ D) $18\pi + 12\sqrt{3}$ E) $24\pi + 18\sqrt{3}$

24. (3699) En un triángulo rectángulo la bisectriz de un ángulo agudo corta al cateto opuesto en dos trozos de longitudes 1 y 2. ¿Cuál es la longitud del segmento de bisectriz interior al triángulo?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$ 25. (3700) Las rectas paralelas r y s son también paralelas al lado AB del triángulo ABC de la figura. Si las zonas sombreadas tienen igual áreay $\frac{CD}{DA} = 4$, ¿cuál es el valor de $\frac{CE}{EA}$?A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

XIX CONCURSO DE PRIMAVERA. 2017. 2ª FASE PRUEBA N° 152

1. (3776) Si aumentamos en un 20% tanto el largo como el ancho de un rectángulo, ¿cuál es el porcentaje de incremento del área?

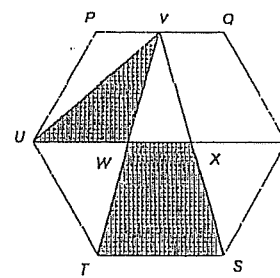
A) 40 B) 144 C) 44 D) 400 E) 20

2. (3777) Dos velas son de diferente longitud y grosor. La más larga dura 7 horas ardiendo y la más corta 10 horas. Si después de 4 horas ardiendo, las dos velas tienen igual longitud, ¿cuál es el cociente entre las longitudes de la vela corta y la larga?

A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{2}{3}$ 3. (3778) ¿Para qué valores de x es $x^2 < |2x - 8|$?A) $-2 < x < 4$ B) $0 < x < 2$ C) $-4 < x < 2$ D) $-4 < x < -2$ E) $x > 4$ 4. (3779) Si $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + (-1)^{n-1} \cdot n$, con n entero positivo, $S_{2016} + S_{2017}$ es igual a:

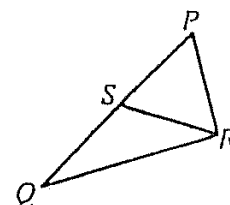
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. (3780) En el hexágono regular $PQRSTU$ de la figura, V es el punto medio de PQ , y W y X son los puntos que se señalan. ¿Cuánto vale el cociente entre $\frac{\text{Área } WXST}{\text{Área } UVW}$?



- A) 2 B) 3 C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$
6. (3781) En una clase de 30 estudiantes, 20 llevan deportivas, 15 hacen deporte y 13 llevan deportivas y hacen deporte. ¿Cuántos hay que ni llevan zapatillas ni hacen deporte?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8
7. (3782) El triángulo PRS es equilátero y su área es la mitad que la del triángulo PQR . ¿Cuántos grados mide el ángulo PRQ ?



- A) 75 B) 80 C) 90 D) 100 E) 120
8. (3783) Una función f verifica $f(f(x)) = f(x+2)-3$ para todo entero x , con $f(1)=4$ y $f(4)=3$. El valor de $f(5)$ es:
- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15
9. (3784) Escribimos de menor a mayor las claves formadas usando dos unos, un tres, y dos cincos. ¿Qué clave ocupa el lugar decimoquinto?
- A) 15351 B) 31551 C) 35151 D) 35511 E) 55113

10. (3785) Si $a \geq b > 1$ el mayor valor posible de $\log_a \frac{a}{b} + \log_b \frac{b}{a}$, es:

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4
11. (3786) Los ángulos de un trapecio están en progresión aritmética. Si el más pequeño es 75° , el mayor será:
- A) 95° B) 100° C) 105° D) 110° E) 115°

12. (3787) ¿Cuántos complejos z verifican la ecuación $z^4 = \bar{z}$, ($\bar{z}$ es el conjugado de z)

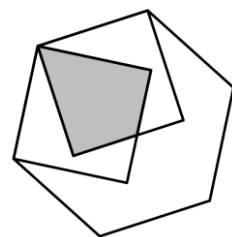
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
13. (3788) En un examen de Matemáticas, puntuando de 0 a 10, la media de los 12 primeros de la lista, en una clase de 20 estudiantes, fue 6,5. ¿Qué podemos concluir sobre la media m de los 20 estudiantes de la clase?
- A) $0,325 \leq m \leq 6,5$ B) $3,25 \leq m \leq 6,5$ C) $3,9 \leq m \leq 6,5$
D) $3,9 \leq m \leq 7,9$ E) $6,5 \leq m \leq 7,5$

14. (3789) Si $S = (x + 20) + (x + 21) + (x + 22) + \dots + (x + 100)$ siendo x un entero positivo, ¿cuál es el menor valor de x para el que S es un cuadrado perfecto?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 64
15. (3790) Los lados del triángulo ABC tienen de longitud $AB = 5$, $BC = 6$ y $AC = 7$. Dos hormigas parten simultáneamente del punto A y recorren a la misma velocidad el borde del triángulo en direcciones distintas. Si se encuentran nuevamente en un punto D , ¿cuál es la distancia de A a D ?

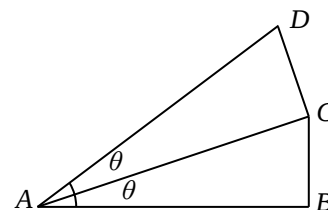
- A) $\sqrt{33}$ B) $\sqrt{34}$ C) $\sqrt{35}$ D) 6 E) $\sqrt{37}$
16. (3791) Si todos los lados de un pentágono convexo $ABCDE$ son de igual longitud y los ángulos en A y B son rectos, ¿cuál es la medida del ángulo en E ?
- A) 90° B) 108° C) 120° D) 135° E) 150°

17. (3792) La suma de 100 números es 1000. Si aumentamos cada número en 20, luego multiplicamos por 5 cada uno de los obtenidos y, finalmente a cada uno de los resultados le restamos 20, la suma de los 100 nuevos números es:
- A) 5000 B) 5080 C) 5800 D) 6500 E) 13000
18. (3793) La ecuación, de incógnita x , $\ln(x+a) = \ln x + \ln a$ (x real, $a > 1$)
- A) No tiene solución B) Tiene solución única
C) Tiene dos soluciones D) Se verifica para todo x positivo
E) El número de soluciones depende del valor de a
19. (3794) En una caja hay 9 tarjetas numeradas del 1 al 9. Antonio y Beatriz sacan cada uno una tarjeta de la caja. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la tarjeta de Antonio sea el doble o más que el número de la tarjeta de Beatriz?
- A) $\frac{7}{18}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{28}{81}$ D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{1}{3}$
20. (3795) En un examen de Matemáticas de 1° de Bachillerato, el número de chicos que resolvieron el último problema coincide con el número de chicas que no lo resolvieron. ¿Qué hay más: chicas o estudiantes que han resuelto el problema?
- A) Chicas B) Estudiantes que resolvieron el problema
C) Son los mismos D) Faltan datos para poder contestar
E) No se puede dar esa situación
21. (3796) Sobre dos lados contiguos de un hexágono regular de lado 1 construimos dos cuadrados. ¿Qué área tiene la zona que comparten estos dos cuadrados?
- A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
22. (3797) Luisa ha decidido ir andando a la oficina. El camino desde casa es llano durante un trecho, donde va a 4 km/h, y termina en un repecho en el que va a 10/3 km/h. A la vuelta, por el mismo camino baja a 5 km/h y mantiene los 4 km/h en la parte llana. Si entre la ida y la vuelta tarda dos horas y media, ¿a qué distancia, en km, está la oficina de su casa?
- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3
23. (3798) Lanzamos dos dados. La suma de los números obtenidos determina el diámetro, en metros, que tendrá un círculo de a metros cuadrados de área y b metros de perímetro. ¿Cuál es la probabilidad de que a sea menor que b ?
- A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{18}$
24. (3799) ¿Cuántos puntos reticulares (es decir, puntos con coordenadas enteras) hay en el interior del paralelogramo limitado por las rectas $x=100$; $x=300$; $y=\frac{1}{3}x+0,1$; $y=\frac{1}{3}x+0,6$?
- A) 73 B) 71 C) 69 D) 67 E) 65
25. (3800) Los enteros positivos $\{x, y, z\}$ verifican: $x \cdot y \cdot z = 240$, $x \cdot y + z = 46$, $x + y \cdot z = 64$. ¿Cuál es el valor de $x + y + z$?
- A) 19 B) 20 C) 21 D) 24 E) 36

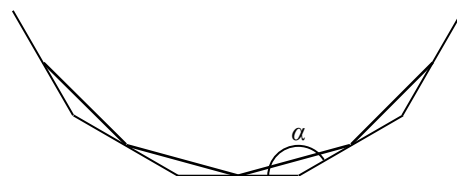


XX CONCURSO DE PRIMAVERA. 2018. 1ª FASE
PRUEBA Nº 156

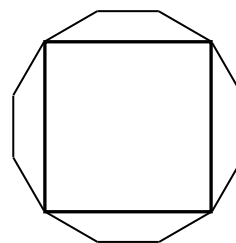
1. (3876) La raíz cúbica de $3^{(3^3)}$ es:
 A) 3^3 B) $3^{(3^3-1)}$ C) $3^{(2^3)}$ D) $3^{(3^2)}$ E) $(\sqrt[3]{3})^3$
2. (3877) Seis gatos se comieron 20 ratones. El primer gato se comió un ratón, el segundo dos y el tercero tres. El cuarto gato se comió más ratones que cualquiera de los otros cinco.
 ¿Cuál es el mínimo número de ratones que se pudo comer el cuarto gato?
 A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4
3. (3878) Las gráficas de las funciones $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ y $g(x) = 2x$ se cortan en:
 A) Un punto de abscisa 2 B) Un punto de abscisa 0 C) Ningún punto
 D) En dos puntos E) Más de dos puntos
4. (3879) Las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ son una inversa de la otra siempre que:
 A) $a = c$ B) $a = bc$ C) $a = b$ D) $b = c$ E) $c = ab$
5. (3880) Si m y n son números impares, con $m > n$, el mayor entero que divide a todos los posibles números de la forma $m^2 - n^2$ es:
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16
6. (3881) Las expresiones $a + bc$ y $(a + b)(a + c)$ son:
 A) Siempre iguales B) Nunca iguales C) Iguales si $a + b + c = 1$
 D) Iguales si $a + b + c = 0$ E) Iguales solamente cuando $a = b = c = 0$
7. (3882) Los números reales x, y, z verifican las desigualdades $0 < x < 1$, $-1 < y < 0$, $1 < z < 2$. De los siguientes números, ¿cuál es, con seguridad, positivo?
 A) $y + x^3$ B) $y + xz$ C) $y + y^2$ D) $y + 2y^2$ E) $y + z$
8. (3883) ¿Cuál de las siguientes funciones tiene su gráfica simétrica respecto del eje de ordenadas?
 A) $y = x^2 + x$ B) $y = x^2 \sin x$ C) $y = x \cos x$ D) $y = x \sin x$ E) $y = x^3$
9. (3884) En la figura adjunta, $AB = 1$, $\hat{ABC} = \hat{ACD} = 90^\circ$ y $\hat{CAB} = \hat{DAC} = \theta$.
 ¿Cuál es la longitud de AD ?
 A) $\cos \theta + \operatorname{tg} \theta$ B) $\frac{1}{\cos 2\theta}$ C) $\cos^2 \theta$ D) $\cos 2\theta$ E) $\frac{1}{\cos^2 \theta}$
10. (3885) Se considera la sucesión de números $10^{\frac{1}{13}}, 10^{\frac{2}{13}}, 10^{\frac{3}{13}}, \dots, 10^{\frac{n}{13}}, \dots$. ¿Cuál es el menor entero positivo n tal que el producto de los n primeros términos de la sucesión es mayor que 100 000?
 A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 11



11. (3886) El complejo $\sin 300^\circ - i \cos 300^\circ$ se puede también escribir como:
 A) 1_{210° B) 1_{150° C) 1_{240° D) 1_{120° E) 1_{330°
12. (3887) Si a , b y c son números positivos que verifican el sistema $\begin{cases} ab = 26 \\ ac = 128 \\ bc = 52 \end{cases}$, la suma $a + b + c$ es igual a:
 A) 29 B) $\frac{37}{2}$ C) 49 D) $\frac{93}{4}$ E) $\frac{109}{4}$
13. (3888) La suma de las cifras del mayor número menor que 1000, con cuatro divisores primos diferentes es:
 A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21
14. (3889) Si $f(x) = ax + b$ y $f^{-1}(x) = bx + a$, ¿cuál es el valor de $a + b$?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
15. (3890) Si $4^x = 9$ y $9^y = 256$, el producto xy es igual a:
 A) 21 B) 4 C) 10 D) 36 E) 48
16. (3891) Si m y n son enteros positivos con $n > 1$ y tales que $m^n = 2^{25} \cdot 3^{40}$, $m + n$ es igual a:
 A) 209 962 B) 1954 C) 209 957 D) 6598 E) 2018
17. (3892) ¿Cuál de los siguientes números es igual a la suma de 100 enteros consecutivos?
 A) 1 627 384 950 B) 2 345 678 910 C) 3 579 111 300
 D) 4 692 581 470 E) 5 815 937 260
18. (3893) En un programa de televisión hay tres cuestiones de opción múltiple con tres respuestas cada una. Un concursante contesta al azar y gana si acierta al menos dos de las cuestiones. ¿Cuál es la probabilidad de que gane?
 A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{7}{27}$ E) $\frac{1}{2}$
19. (3894) Alicia no se quiere sentar al lado de Beatriz ni al lado de Carlos. Darío no se quiere sentar al lado de Emilio. ¿De cuántas formas pueden sentarse los cinco en una fila de cinco sillas?
 A) 12 B) 16 C) 28 D) 32 E) 40
20. (3895) El cociente entre las áreas del polígono regular de ángulo interior α y el polígono regular inscrito en él con vértices en los puntos medios de los lados es:
 A) $\frac{2}{1 - \cos \alpha}$ B) $\frac{2}{1 + \cos \alpha}$ C) $\frac{4}{1 + \sin \alpha}$
 D) $\frac{4}{2 - \cos \alpha}$ E) 2
21. (3896) En el conjunto de enteros positivos definimos una función f tal que $f(xy) = f(x) + f(y)$ para cualesquiera x e y . Si $f(10) = 14$ y $f(40) = 20$, ¿cuál es el valor de $f(500)$?
 A) 29 B) 30 C) 39 D) 48 E) 50



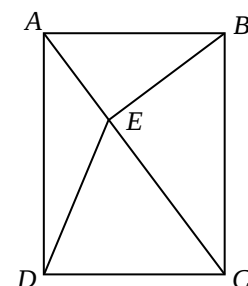
22. (3897) El cuadrado de la figura tiene de área 2 dm^2 . El área, en dm^2 del dodecágono regular circunscrito es:



- A) $1 + \sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $3\sqrt{2} - 1$ E) 4
23. (3898) Pablo recuerda que la clave que puso en la cerradura de su maleta era de cuatro cifras distintas y solo dos eran impares. ¿Cuántas claves, como máximo, deberá introducir para abrir la maleta?
- A) 2400 B) 2000 C) 1896 D) 1800 E) 1680
24. (3899) En un triángulo rectángulo de catetos a y b , si llamamos x a la altura sobre la hipotenusa, se verifica:

- A) $ab = x^2$ B) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x}$ C) $\frac{1}{x} = \frac{b}{a}$ D) $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{x^2}$ E) $a^2 + b^2 = 2x^2$

25. (3900) Las dimensiones del rectángulo de la figura son $AB = 3$ y $BC = 4$. Si el punto E es el pie de la perpendicular desde B a la diagonal AC , ¿cuál es el área del triángulo AED ?



- A) 1 B) $\frac{42}{25}$ C) $\frac{28}{15}$ D) 2 E) $\frac{54}{25}$

XX CONCURSO DE PRIMAVERA. 2018. 2ª FASE PRUEBA N° 160

1. (3976) En una hoja de papel dibujamos cuatro rectas diferentes y contamos los puntos en los que se cortan dos o más rectas. ¿Cuál de los siguientes números no puede ser el número que obtenemos?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

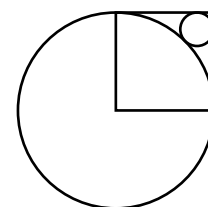
2. (3977) Tenemos 18 tarjetas y en cada una de ellas escribimos el 4 o el 5. Si la suma de todos los números escritos es divisible entre 17, ¿en cuántas tarjetas está escrito el 4?

- A) 9 B) 7 C) 5 D) 4 E) 3

3. (3978) Si $a = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$ y $b = \sqrt{9 - \sqrt{9 - \sqrt{9 - \dots}}}$, ¿cuál es el valor de ab ?

- A) $\frac{3}{2}(\sqrt{37} - 1)$ B) $\frac{3}{2}(\sqrt{26} - 2)$ C) $4\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{6} + 1$ E) Nada de lo anterior

4. (3979) La figura adjunta muestra dos circunferencias tangentes entre sí y un cuadrado de lado 10 cm, con un vértice en el centro de la circunferencia mayor y dos lados tangentes a ambas circunferencias. Si escribimos el radio de la circunferencia menor como $(a - b\sqrt{2})$ cm, el valor de $a + b$ es:



- A) 25 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

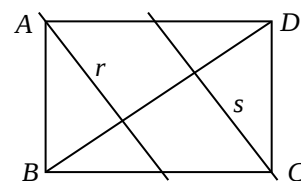
5. (3980) Si el número real α verifica que $\cos \alpha = \operatorname{tg} \alpha$, ¿cuál es el valor de $\frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} + \cos^4 \alpha$?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. (3981) Si $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ consideramos los números $A = (\cos \alpha)^{\cos \alpha}$, $B = (\operatorname{sen} \alpha)^{\cos \alpha}$ y $C = (\cos \alpha)^{\operatorname{sen} \alpha}$, ¿qué afirmación de las siguientes es verdadera?

- A) $C < A < B$ B) $A < C < B$ C) $B < A < C$ D) $B < C < A$ E) $A < B < C$

7. (3982) En el rectángulo $ABCD$ de la figura, las rectas r y s , que pasan por los vértices A y C , son perpendiculares a la diagonal BD y la dividen en tres trozos iguales de 1 cm de longitud cada uno. El área de dicho rectángulo, en cm^2 , y redondeada a las décimas es:



- A) 2,8 B) 3,4 C) 4 D) 4,2 E) 5,1

8. (3983) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $|x - |2x + 1|| = 3$?

- A) Ninguna B) Una C) Dos D) Tres E) Cuatro

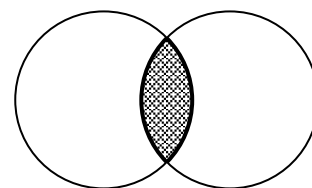
9. (3984) Si $\sin x + \cos x = a$, entonces $\sin^4 x + \cos^4 x$ es:

- A) $1 + \frac{(1-a^2)^2}{2}$ B) a^4 C) $\frac{1-(1-a^2)^2}{2}$ D) $a^4 + 1$ E) $1 - \frac{(1-a^2)^2}{2}$

10. (3985) Los números enteros a, b, c, d , verifican la igualdad $a \log 2 + b \log 3 + c \log 5 + d \log 7 = 2018$. ¿Cuál es el valor de $a + b + c + d$? (log significa logaritmo en base 10)

- A) 1009 B) 2018 C) 4036 D) 5045 E) $2018 \log 420$

11. (3986) Dos circunferencias de radio 2 se solapan de forma que el arco de cada una interior a la otra es el 25 % de su longitud. ¿Cuál es el área de la zona solapada?



- A) $\pi - 2$ B) π C) $2\pi - 2$ D) $2\pi - 3$ E) $2\pi - 4$

12. (3987) Dos semirrectas que parten de un punto O forman un ángulo de 30° . Los puntos A y B están uno en cada una de las semirrectas y $AB = 1$. ¿Cuál es la máxima longitud posible del segmento OB ?

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

13. (3988) En cada uno de los cinco cuadrados de la figura escribo un número de forma que cada uno de los tres centrales es la media aritmética de los dos que tiene a su lado.

¿Qué número es x ?

x	26			8
-----	----	--	--	---

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

14. (3989) Un número de dos cifras verifica que el producto de sus cifras más la suma de ambas coincide con dicho número. ¿Cuál es la cifra de las unidades del número en cuestión?

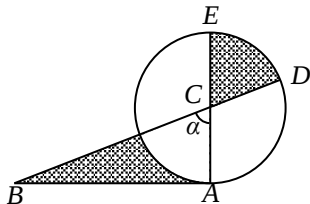
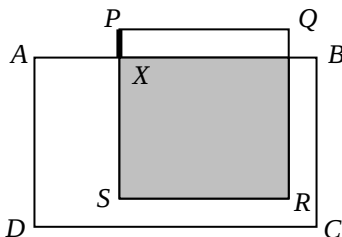
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

15. (3990) Un polígono convexo tiene exactamente tres ángulos obtusos. ¿Cuál es el máximo número de lados de dicho polígono?

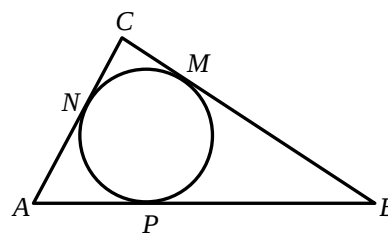
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

16. (3991) Dos de las alturas de un triángulo escaleno miden 4 y 12 cm. Si la longitud de la tercera altura, en cm, viene dada también por un número entero, ¿cuál es el máximo valor que puede tener este número?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

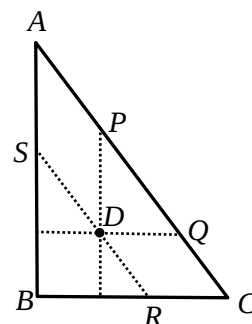
17. (3992) Dos de las medianas de un triángulo son perpendiculares y miden 8 y 12 cm. Entonces el área del triángulo, en cm^2 , es:
- A) 32 B) 48 C) 64 D) 80 E) 96
18. (3993) Si a y b son números reales con $a > 1$, $b \neq 0$ y se verifica que $ab = a^b$ y $\frac{a}{b} = a^{3b}$, entonces el valor de b^{-a} es:
- A) 4 B) 8 C) $8\sqrt{2}$ D) 16 E) 32
19. (3994) Si a , b y c son enteros positivos que verifican $a < b < c$ y $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$, ¿cuál es el valor de $a + b + c$?
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12
20. (3995) ¿Cuántos enteros positivos menores o iguales que 2018 verifican que alguna de sus cifras es cero?
- A) 482 B) 479 C) 476 D) 472 E) 470
21. (3996) La figura adjunta muestra una circunferencia de centro C y diámetro AE , un segmento AB perpendicular a dicho diámetro y un segmento BD que contiene al centro C . Si $\alpha = \hat{ACB}$ se expresa en radianes, y las dos zonas sombreadas tienen la misma área, entonces:
- A) $\text{tg} \alpha = \alpha$ B) $\text{tg} \alpha = \frac{\alpha}{2}$ C) $\text{tg} \alpha = 2\alpha$ D) $\text{tg} 2\alpha = \alpha$ E) $\text{tg} \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \alpha$
- 
22. (3997) ¿Cuántos enteros n verifican que $n^4 + 6n < 6n^3 + n^2$?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) Infinitos E) Nada de lo anterior
23. (3998) ¿Para cuántos enteros n con $1 \leq n \leq 100$ se verifica que el número n^n es un cuadrado perfecto?
- A) 15 B) 50 C) 51 D) 54 E) 55
24. (3999) En la figura se observa un rectángulo $ABCD$ de lados 10 y 6 y un cuadrado $PQRS$ de lado 6. Si el área del rectángulo sombreado es la mitad del área del rectángulo $ABCD$, ¿cuál es la longitud del segmento PX ?
- A) 0,5 B) 0,8 C) 1 D) 1,2 E) 1,5
- 
25. (4000) Supongamos que contestas al azar las tres últimas cuestiones de esta prueba. ¿Cuál es el número de aciertos más probable?
- A) Cero B) Uno C) Dos D) Tres E) Todos son igual de probables

XXI CONCURSO DE PRIMAVERA. 2019. 1ª FASE
PRUEBA Nº 164



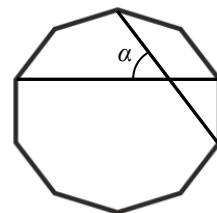
1. (4076) En el triángulo ABC de la figura hemos dibujado su circunferencia inscrita e indicado los puntos de tangencia M , N y P . Si $AB = 10$, $BC = 9$ y $AC = 6$, ¿cuál es el valor de AP ?
 A) 3 B) 4 C) 2,5 D) 3,5 E) 4,5
2. (4077) Si el producto de tres enteros consecutivos es múltiplo de 7, ¿cuál de los siguientes números no es necesariamente un divisor de su producto?
 A) 6 B) 14 C) 21 D) 28 E) 42
3. (4078) La ecuación $x^2 - n^2x + 2n = 0$ tiene dos soluciones diferentes. Si una de ellas es $x = 2$, calcula la otra.
 A) -1 B) 3 C) -2 D) 1 E) Esta situación no puede darse
4. (4079) Esteban no quiere sentarse junto a Carlos ni junto a Belén. Javier no quiere sentarse junto a María. ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse los cinco en fila cumpliendo estas condiciones?
 A) 12 B) 16 C) 28 D) 32 E) 40
5. (4080) La suma de las raíces con parte real positiva de la ecuación $z^{12} - 64 = 0$ es:
 A) 2 B) 4 C) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ D) $\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2} + \sqrt{6}$
6. (4081) Se introducen tres bolas en una urna, una tiene el número 1, otra el 2 y la tercera el 3. Se extrae una bola, se anota su número, y luego se devuelve a la urna. Se repite este procedimiento dos veces más. Si la suma de los tres números anotados es 6, ¿cuál es la probabilidad de que se haya extraído la bola marcada con el número 2 en las tres ocasiones?
 A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$
7. (4082) ¿Cuál de los siguientes números es el positivo más pequeño?
 A) $10 - 3\sqrt{11}$ B) $3\sqrt{11} - 10$ C) $18 - 5\sqrt{13}$ D) $51 - 10\sqrt{26}$ E) $10\sqrt{26} - 51$
8. (4083) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $\sin^2x + 3\sin x \cos x + 2\cos^2x = 0$ en el intervalo $[0, \pi)$?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
9. (4084) En el triángulo rectángulo PQR de catetos $PR = 6$ cm y $RQ = 8$ cm tienes que marcar un punto S en la hipotenusa de tal manera que los triángulos PRS y RQS tengan igual perímetro. Y ahora viene la pregunta: ¿Qué área, en cm^2 , tiene el triángulo RQS ?
 A) 9,6 B) 12 C) 10 D) 9,2 E) 16
10. (4085) ¿Cuál es la mayor potencia de 2 que divide a $13^4 - 11^4$?
 A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128
11. (4086) Si en estas desigualdades de fracciones $0 < \frac{7}{X} < \frac{Y}{12} < \frac{13}{15}$, con X e Y enteros, buscas el menor valor posible de X y el mayor de Y , ¿cuánto vale $X + Y$?
 A) 22 B) 21 C) 20 D) 19 E) 18

12. (4087) Sea N el número de 79 cifras que se obtiene al escribir los enteros desde 1 hasta 44, en orden uno tras otro. Al dividir N entre 45, el resto que obtenemos es:
- A) 1 B) 44 C) 9 D) 18 E) 27
13. (4088) El 20% del 30% del 40% de 50 es lo mismo que el 60% de...
- A) 2 B) 70 C) 12 D) 7 E) 15
14. (4089) ¿Cuántos valores reales de x , con $0 \leq x \leq 100$, satisfacen la ecuación $|\sen x| = 1$?
- A) 15 B) 16 C) 25 D) 30 E) 32
15. (4090) La función f , definida sobre los naturales, verifica $f(1) = 1$, $f(2n) = 2 \cdot f(n)$ y $f(2n+1) = 4 \cdot f(n)$. El número de soluciones de la ecuación $f(n) = 16$ es:
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
16. (4091) Conociendo la fórmula de la suma de los cubos, $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{(n(n+1))^2}{4}$, te será muy sencillo calcular el valor de la suma $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + 19^3$.
- A) 19900 B) 20400 C) 21200 D) 23600 E) 24400
17. (4092) En el pentágono $ABCDE$, los ángulos A , C y E son rectos. Además, $AB = 15$, $BC = 12$, $CD = 5$ y $DE = 20$. El área del pentágono es:
- A) 270 B) 236 C) 240 D) 244 E) 252
18. (4093) El área de la corona circular comprendida entre dos circunferencias concéntricas es $\frac{9\pi}{2}$. ¿Cuál es la longitud de una cuerda de la circunferencia mayor que sea tangente a la menor?
- A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$
19. (4094) En cada vértice de un pentágono escribimos un número entero, de modo que la suma de los números de dos vértices contiguos no sea un múltiplo de tres, y tampoco lo sea la suma de los números de tres vértices consecutivos. De los cinco números escritos, ¿cuántos son, necesariamente, múltiplos de 3?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Ninguno
20. (4095) En un torneo de Grand Slam gana el partido el primer jugador que gana 3 sets. Si dos jugadores tienen la misma probabilidad de ganar un set, ¿cuál es la probabilidad de que el partido acabe en el cuarto set?
- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{16}$
21. (4096) En el interior del triángulo rectángulo ABC de catetos 3 y 4 se elige un punto D que dista 1 de cada uno de los catetos. Por D se trazan paralelas a los tres lados que cortan a los lados en los puntos señalados en la figura. Entonces la suma de los segmentos $PQ + RS$ es...
- A) 5 B) 5,2 C) 5,4 D) $\sqrt{30}$ E) 6



22. (4097) En el decágono regular de la figura, ¿cuánto mide el ángulo α ?

- A) 45° B) 48° C) 54° D) 60° E) 72°



23. (4098) En cierto triángulo, una bisectriz de longitud 7 es perpendicular a una mediana de longitud 8. ¿Cuál es el área del triángulo?

- A) 35 B) 36 C) 42 D) 48 E) 28

24. (4099) El número complejo $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ es una de las soluciones de la ecuación $x^4 + x^2 + 1 = 0$.

¿Cuánto vale la suma $z^{12} + z^{11} + z^{10} + z^9 + z^8 + z^7 + z^6 + z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1$?

- A) 0 B) 1 C) -1 D) i E) $-i$

25. (4100) Al sumar los valores de los ángulos interiores de un polígono, Don Retorcido ha obtenido el valor 2019. Pero anda algo despistado, y ha sumado dos veces uno de los ángulos. ¿Cuál es la medida del ángulo duplicado?

- A) 30° B) 39° C) 63° D) 115° E) 140°

XXI CONCURSO DE PRIMAVERA. 2019. 2ª FASE PRUEBA N° 168

1. (4176) Una escalera está apoyada en una pared formando un ángulo de 45° con el suelo. Si acercamos el punto de apoyo 1 m. a la pared, entonces la escalera forma un ángulo de 60° con el suelo. ¿Cuál es la longitud, en metros, de la escalera?

- A) $\sqrt{2} + 1$ B) $2(\sqrt{2} + 1)$ C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\frac{2}{\sqrt{2} + 1}$

2. (4177) Calcula la suma de las cifras de $2^{2019} \cdot 5^{2022}$.

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 8 E) 4041

3. (4178) Si $\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \frac{1}{\log_5 a} = 1$, ¿cuál es el valor de a ?

- A) 9 B) 12 C) 18 D) 30 E) 32

4. (4179) Un $\boxed{A0}$ es un pliego rectangular de papel de 1 m^2 de superficie, que partiéndolo por su mitad se obtienen otros dos rectángulos semejantes al primero. ¿Cuál es, en metros, la longitud del lado menor del rectángulo $\boxed{A0}$?

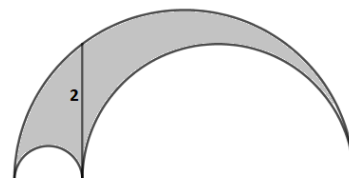
- A) $\sqrt{1/2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt[4]{1/2}$ D) $\sqrt[4]{2}$ E) $\sqrt{3}$

5. (4180) Sabemos que el 80% de las mujeres que se hace un test de embarazo está embarazada, que el test da positivo en el 98% de casos en que una mujer está embarazada, pero también da positivo en un 1% de casos en los que la mujer no lo está. Si una mujer le ha salido en el test que está embarazada, hallar la probabilidad de que no lo esté.

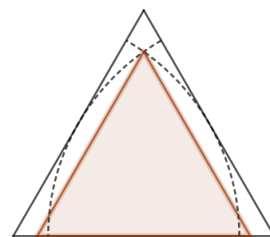
- A) $2/100$ B) $1/393$ C) $1/500$ D) $20/100$ E) $1/400$

6. (4181) Hallar el área de la zona sombreada:

- A) 2 B) $\pi/2$ C) π D) 2π E) $\sqrt{2}\pi$



7. (4182) ¿Cuántos puntos de corte tienen las gráficas de $f(x) = \cos x$ y $g(x) = \sin x$ en el intervalo $[0, 500\pi]$?
- A) 250 B) 500 C) 1000 D) 2000 E) Infinitos
8. (4183) Tenemos un triángulo equilátero de área 3 cm^2 . Desde cada vértice de su base trazamos un arco que sea tangente al lado opuesto. Formamos otro triángulo equilátero con un vértice en la intersección de los dos arcos y los otros dos situados en la base del triángulo original, como se muestra en la imagen.
¿Cuál es el área del nuevo triángulo equilátero?
- A) 2 B) $2\sqrt{5}$ C) 3 D) π E) $\sqrt{2}$
9. (4184) Consideremos la recta tangente a la gráfica de la función $y = x^3 - 2x^2 + 1$ en un punto P, cuya abscisa es igual a 1. Además de tocarla en dicho punto P, la corta también en el punto Q:
- A) $(-1, -4)$ B) $(0, 1)$ C) $(2, 1)$ D) $(3, 10)$ E) No hay más cortes
10. (4185) Hemos realizado un examen de matemáticas en una clase con 20 estudiantes. Si la media de los 12 primeros de la lista ha sido de 6'5 (en una escala de 0 a 10). Podemos concluir que la media de los 20 estudiantes de la clase ($\bar{x}$) estará en el intervalo:
- A) $[3'25, 6'5]$ B) $[6'5, 7'5]$ C) $[3'9, 7'5]$ D) $[4, 8]$ E) $[3'9, 7'9]$
11. (4186) Se escogen al azar dos números enteros a y b comprendidos entre 1 y 100 (ambos inclusive).
¿Cuál es la probabilidad de que $2019^a + 2019^b$ sea múltiplo de 5?
- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$
12. (4187) Sea $f(x)$ una función que verifica $f(a+b) = f(a \cdot b)$ cualesquiera que sean a y b números reales.
Si $f(1) = 1$, entonces $f(2019)$ es igual a
- A) 2018 B) 0 C) 2019 D) 1 E) 2020
13. (4188) ¿Cuál es el radio de un círculo inscrito en un rombo de diagonales 10 y 24?
- A) 4 B) $\frac{58}{13}$ C) $\frac{60}{13}$ D) 5 E) 6
14. (4189) A Comenúmeros le han pedido que escriba $16!$ y esto es lo que ha escrito:
 $16! = 2092X7898Y8000$. ¿Cuál es el par ordenado de cifras (X,Y)?
- A) (2,8) B) (1,9) C) (7,3) D) (8,2) E) (9,1)
15. (4190) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $(x-8) \cdot (x-10) = 2^y$ si x, y son números enteros?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) más de 3
16. (4191) Si $\log_k x \cdot \log_5 k = 3$, ¿cuál es el valor de x ?
- A) k^5 B) k^3 C) 243 D) 125 E) $5k^3$
17. (4192) ¿Cuál es la suma de la serie infinita $\frac{1}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \frac{4}{10^4} + \dots$, cuyo término general es $\frac{n}{10^n}$?
- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{11}{81}$ D) $\frac{10}{81}$ E) infinito



18. (4193) Al evaluar la expresión $\operatorname{sen} 78^\circ \cdot (\operatorname{tg} 2019^\circ + \operatorname{ctg} 2019^\circ)$, se obtiene:

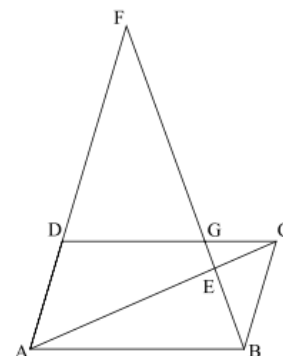
- A) 2 B) 1 C) 1/2 D) 3 E) nada de lo anterior

19. (4194) Si evaluamos la expresión $(\operatorname{sen} 15^\circ + \operatorname{sen} 75^\circ)^6$ obtenemos:

- A) 1 B) $\frac{4\sqrt{3}}{2}$ C) $2 + 2\sqrt{3}$ D) $\frac{27}{8}$ E) $\frac{3}{2}$

20. (4195) Tomamos un punto F en la prolongación del lado AD del paralelogramo $ABCD$. BF corta a la diagonal AC en E y al lado DC en G . Si $EF = 32$ y $GF = 24$, entonces BE es igual a:

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

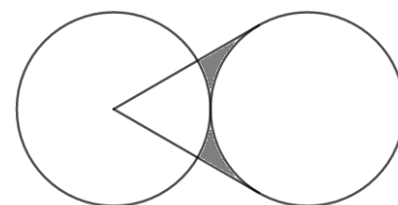


21. (4196) ¿A qué es igual la expresión $\frac{\operatorname{sen} 13^\circ + \operatorname{sen} 47^\circ + \operatorname{sen} 73^\circ + \operatorname{sen} 107^\circ}{\cos 17^\circ}$?

- A) 2 B) 1 C) 3 D) 4 E) 3/2

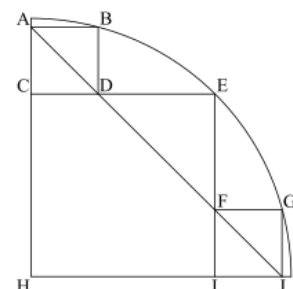
22. (4197) Dos círculos iguales, de radio 10, son tangentes exteriores. Las tangentes al círculo de la derecha se cortan en el centro del círculo de la izquierda. ¿Cuánto vale el área de la zona sombreada?

- A) $50(\pi - \sqrt{3})$ B) $50(2\sqrt{3} - \pi)$ C) $100(\pi - \sqrt{3})$
D) $50(3\pi - 4\sqrt{3})$ E) Nada de lo anterior



23. (4198) Si $ABCD$, $CEHI$ y $FGIJ$ son cuadrados y el radio de la circunferencia es igual a 1, ¿cuál es la longitud del segmento AJ ?

- A) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

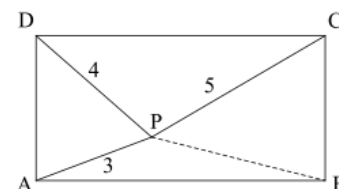


24. (4199) Si $0 < x < \pi/2$ y $\cos x = \frac{3}{\sqrt{10}}$, la expresión $\log \operatorname{sen} x + \log \cos x + \log \operatorname{tg} x$ es igual a:

- A) 1 B) 2 C) -1 D) -2 E) 1/2

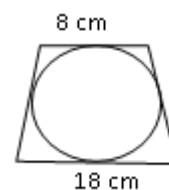
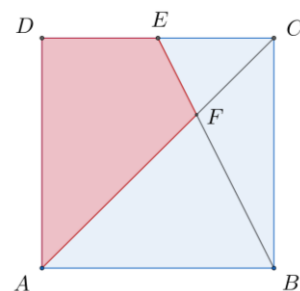
25. (4200) P es un punto interior del rectángulo $ABCD$ tal que $PA = 3$ cm, $PD = 4$ cm., $PC = 5$ cm. ¿Cuál es la longitud, en centímetros, del segmento PB ?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 3



XXII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2020. 1ª FASE
PRUEBA Nº 172

1. (4276) En el baúl de la buhardilla tengo 100 tarjetas todas revueltas: 10 tarjetas con el número 1, 20 tarjetas con el número 2, 30 tarjetas con el número 3 y 40 tarjetas con el número 4.
 ¿Cuántas tarjetas como mínimo he de sacar para asegurarme de que consigo 10 tarjetas con el mismo número?
 A) 15 B) 37 C) 11 D) 40 E) 39
2. (4277) Sea una función f tal que $f(a + b) = f(a) \cdot f(b)$, para cualesquiera enteros a y b . Si $f(1)=3$, entonces el valor de $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$ es:
 A) 40 B) 81 C) 0 D) -81 E) -40
3. (4278) Las áreas de las caras de un ortoedro miden a , b , y c m², respectivamente.
 El volumen del ortoedro medido en m³ es:
 A) $\sqrt{abc}$ B) $\sqrt[3]{a^2b^2c^2}$ C) $\sqrt{ab+ac+bc}$ D) abc E) $\frac{abc}{2}$
4. (4279) En la asamblea de raperos la mitad de los asistentes llevan gorra; la tercera parte llevan camisetas gigantes; la octava parte llevan gorra y camiseta gigante; y hay 63 raperos que no llevan ni gorra ni camiseta.
 ¿Cuántos raperos llevan únicamente camiseta gigante?
 A) 27 B) 36 C) 72 D) 81 E) 45
5. (4280) Las raíces de la ecuación $x^2 - x - 2020 = 0$ son p y q . ¿Cuál es el valor de $p^2 + q^2$?
 A) 1 B) 4040 C) -1 D) 2020 E) 4041
6. (4281) En el cuadrado $ABCD$ de la figura, E es el punto medio del lado CD y el segmento BE interseca a la diagonal AC en F . Si el área del cuadrilátero $AFED$ es 45, ¿cuál es el área del cuadrado $ABCD$?
 A) 90 B) 108 C) 123 D) 135 E) 144
7. (4282) Los enteros positivos a y b son primos entre sí y cumplen que $a \cdot b = 300$.
 ¿Cuál es el menor valor posible de $a + b$?
 A) 37 B) 35 C) 33 D) 29 E) 3
8. (4283) Hemos podido inscribir una circunferencia en este trapecio isósceles, que no está dibujado a escala. ¿Qué área, en cm², tiene el trapecio?
 A) 130 B) 104 C) 117 D) 169 E) 156
9. (4284) Don Retorcido está pensando en una lista de 151 enteros positivos consecutivos y resulta que al dividir el mayor entre el menor obtiene 67 de resto. ¿Cuánto es el producto de los números que ocupan los lugares 5 y 19 de la lista de don Retorcido?
 A) 6035 B) 24915 C) 8787 D) 6192 E) 4896
10. (4285) Dos amigos realizan el mismo trayecto para ir en coche de Hoja a Perejil. Jorge sale a las 9:00 y llega a las 19:00 y Héctor sale a las 11:00 y llega a las 17:00. ¿A qué hora adelanta Héctor a Jorge?
 A) 13:30 B) 14:00 C) 15:00 D) 15:30 E) 16:00

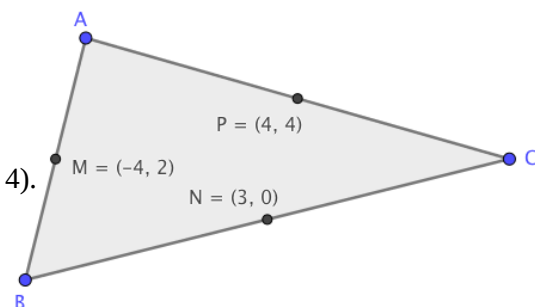


11. (4286) Sea el cuadrado $ABCD$, de lado $AB = 1$. En su interior marcamos un punto E de modo que ABE es un triángulo equilátero. El segmento EC mide:

A) $2 - \sqrt{3}$ B) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

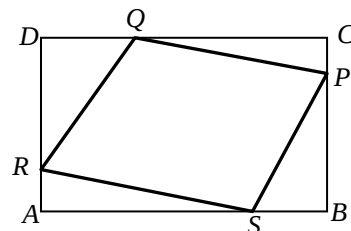
12. (4287) Los vértices de un triángulo son $A(p, q)$, $B(r, s)$ y $C(t, u)$. Los puntos medios de los lados del triángulo son $M(-4, 2)$, $N(3, 0)$ y $P(4, 4)$. ¿Cuál es el valor de $p + q + r + s + t + u$?

A) 9 B) 11 C) 13 D) 0 E) 1



13. (4288) Las dimensiones del rectángulo $ABCD$ son $AB = 50$ y $BC = 42$. Hemos marcado cuatro puntos P, Q, R, S , en sus lados de tal manera que P está 22 unidades más arriba que R ; y S está 16 unidades a la derecha de Q . ¿Cuál es el área del cuadrilátero $PQRS$?

A) 1226 B) 1050 C) 1748 D) 1408 E) 1600



14. (4289) La gráfica de la función f pasa por estos seis puntos:

$A(5, 8)$, $B(-1, 2)$, $C(0, 2)$, $D(a, 2)$, $F(5, 3a - b)$, $G(-1, a^2 + b)$.

Si a tiene que ser positivo, ¿cuál es el valor de $a - b$?

A) 8 B) 4 C) 18 D) -2 E) Dicha función no puede existir

15. (4290) El grifo de agua fría llena la bañera en 4 minutos y el de agua caliente en 6 minutos. Con la bañera vacía, Jorge abre el grifo de agua caliente y al cabo de un minuto, abre también el de agua fría. Con este método, en total, ¿cuántos minutos se necesitan para llenar la bañera?

A) 3,6 B) 2,5 C) 2 D) 2,4 E) 3

16. (4291) Diez periodistas deben elegir a la MVP de la última liga. Cada uno propone una lista de 3 jugadoras, asignando 5 puntos a su favorita, 3 a la segunda y 1 a la tercera. Si la ganadora fue la niña Centésima con 37 puntos, ¿cuántos periodistas incluyeron a la niña Centésima en su lista?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

17. (4292) Los puntos D y E dividen al lado AB del triángulo equilátero ABC , de lado 1, en tres segmentos iguales. El segmento CD mide:

A) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1 + \sqrt{5}}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

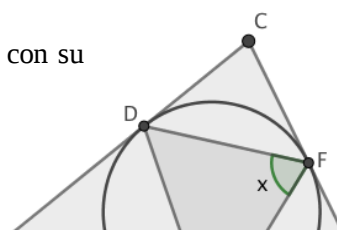
18. (4293) Resulta que un número de dos cifras es igual a la suma de sus cifras más el producto de sus cifras. Entonces, la cifra de las unidades tiene que ser...

A) 9 B) 6 C) 2 D) 1 E) 0

19. (4294) Una parábola de ecuación $y = x^2 + ax + b$ ($a \neq 0$) corta a los ejes coordenados en tres puntos diferentes A, B y C . La circunferencia que pasa por A, B y C corta a la parábola en un cuarto punto D . ¿Cuáles son las coordenadas de D ?

A) $D(-a, b)$ B) $D(a, b)$ C) $D(-b, a)$ D) $D(a/2, b/2)$ E) $D(0, 0)$

20. (4295) Si D, E y F son los puntos de tangencia de los lados del triángulo ABC con su circunferencia inscrita y el ángulo $A = 32^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo x ?



- A) 74° B) 70° C) 64° D) 60° E) 66°

21. (4296) ¿Cuántos cubos perfectos hay entre los números $2^9 - 1$ y $2^{18} + 1$, ambos inclusive?

- A) 9 B) 27 C) 28 D) 56 E) 57

22. (4297) ¿Cuál es la última cifra significativa (distinta de 0) del número 2020^{2020} ?

- A) 8 B) 6 C) 2 D) 1 E) 8

23. (4298) El complejo z cumple que su cuadrado coincide con su conjugado y su parte imaginaria no vale 0. Su parte real vale, necesariamente:

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) -1.

24. (4299) Se eligen al azar seis palabras diferentes de todas las que forman una novela, resultando que todas ellas comienzan por una letra diferente de las 23 posibles del abecedario. La probabilidad de que al seleccionarlas hayan aparecido por orden alfabético es:

- A) No se puede saber B) Depende del número de palabras de la novela
 C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{6!}$ E) $\frac{6!}{23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18} = \frac{1}{100947}$

25. (4300) En un octógono regular he formado un triángulo conectando tres vértices al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos un lado del triángulo sea también un lado del octógono?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{11}{14}$

**XXII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2020. 2ª FASE
PRUEBA Nº 176**

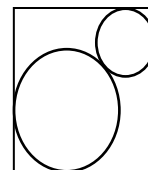
No se celebró a causa del Covid-19.

XXIII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2021. 1ª FASE
PRUEBA N° 180

No se celebró a causa del Covid-19.

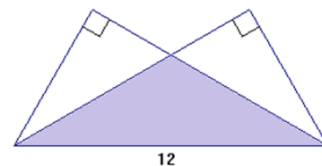
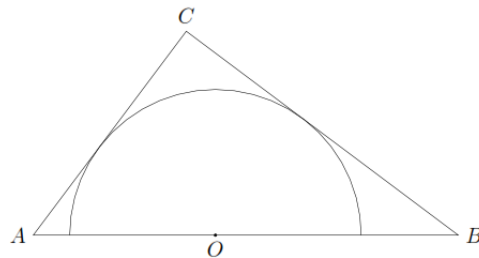
XXII CONCURSO DE PRIMAVERA. 2021. 2ª FASE
PRUEBA N° 184

1. (4376) Para numerar las páginas de un libro, empezando por la página 1, se han utilizado 501 dígitos. Por ejemplo, para la página 7 se usa un dígito, para la página 25 se usan dos dígitos y para la página 112 tres dígitos.
 ¿Cuántas páginas tiene el libro?
 A) 103 B) 104 C) 203 D) 204 E) 501
2. (4377) Si $i^2 = -1$, entonces $(1+i)^{12} - (1-i)^{12}$ es igual a:
 A) -1024 B) -1024i C) 0 D) 1024 E) 1024i
3. (4378) Se considera la sucesión de números $10^{\frac{1}{15}}, 10^{\frac{2}{15}}, 10^{\frac{3}{15}}, \dots, 10^{\frac{n}{15}}, \dots$
 ¿Cuál es el menor entero positivo n tal que el producto de los n primeros términos de la sucesión es mayor que 100 000?
 A) 5 B) 8 C) 12 D) 75 E) 10000
4. (4379) Siendo a, b y c tres números naturales tal que $\log_2 a + \log_2 b + \log_2 c = 6$, ¿cuál es el menor valor posible de $a + b + c$?
 A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16
5. (4380) Tenemos un polígono regular de $2n$ lados. Si escogemos vértices al azar, ¿cuál es el menor número de ellos que debemos elegir para asegurar que 4 de ellos forman un rectángulo?
 A) $n + 2$ B) 4 C) $n + 1$ D) 5 E) n
6. (4381) Al evaluar la expresión $\frac{\sin 2^\circ + \sin 4^\circ}{\cos 2^\circ + \cos 4^\circ}$, se obtiene
 A) $\tan 1^\circ$ B) $\sin 3^\circ$ C) $\tan 3^\circ$ D) $\sin 1^\circ$ E) $\tan 5^\circ$
7. (4382) Si $\arctan \frac{2}{5} + \arctan \frac{5}{3} = \arctan \frac{a}{b}$, y $\frac{a}{b}$ es una fracción irreducible, entonces $a + b$ es igual a:
 A) 56 B) 24 C) 44 D) 36 E) 54
8. (4383) Consideramos la siguiente función sobre los números enteros $f(n) = \begin{cases} n - 3 & \text{si } n \geq 2500 \\ f(f(n + 5)) & \text{si } n < 2500 \end{cases}$
 ¿Cuánto vale $f(2021)$?
 A) 2498 B) 2021 C) 2497 D) 2500 E) 2020
9. (4384) Dos circunferencias están dentro de un cuadrado de lado 1 y son tangentes entre sí y al cuadrado como se muestra en la figura. ¿Cuál es la suma de los radios de las circunferencias?



- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{2} - 1$ D) $2 - \sqrt{2}$ E) Depende del tamaño de cada una

10. (4385) Los números enteros positivos 30, 72 y N tienen la propiedad de que el producto de dos cualesquiera de ellos es divisible entre el tercero. ¿Cuál es el menor valor posible para N ?
- A) 20 B) 10 C) 120 D) 60 E) 180
11. (4386) En un rombo de diagonales 4 y 8 se inscribe un cuadrado con lados paralelos a las diagonales. ¿Qué fracción del área del rombo representa el área del cuadrado?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{9}{16}$
12. (4387) En el triángulo rectángulo ABC se ha inscrito una semicircunferencia de radio 12 cm. Si $AO = 15$ cm, ¿cuántos centímetros mide OB ?
- A) 15 B) 18 C) 20 D) 22 E) 22,5
13. (4388) El número de gatos que viven en Gatolandia es un número de 6 cifras, cuadrado perfecto y cubo perfecto. Cuando se mueran 6 de esos gatos, el número de gatos que queden es primo. ¿Cuántos gatos hay en Gatolandia?
- A) 279643 B) 117649 C) 262147 D) 531469 E) 998001
14. (4389) Encendemos a la vez dos velas de diferente longitud y grosor. La vela larga tiene una duración ardiendo de 7 horas y la vela corta de 10 horas. Después de 4 horas ardiendo las dos velas tienen igual longitud. ¿Cuál es el cociente entre la longitud inicial de la vela menor y la mayor?
- A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{3}{6}$
15. (4390) La media de las edades de todos los miembros de una familia compuesta por padre, madre y varios hijos es 22 años. Si el padre tiene 46 años y la media de las edades de la madre y de todos los hijos es 18, ¿cuántos hijos tienen?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
16. (4391) Un trozo de zanahoria está situado en el punto (9, 12) de un sistema de coordenadas. Un conejo se mueve a lo largo de la recta $y = 5 + 3x$ y, cuando está lo más cerca posible de la zanahoria, se para. Si se para en el punto (a, b) , el valor de $a + b$ es:
- A) 6 B) 10 C) 17 D) 21 E) 25
17. (4392) La probabilidad de obtener 1, 2, 3 y 4 en un determinado dado tetraédrico es proporcional a los números 1, 2, 3 y 4, respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma 5 al lanzar dos veces ese dado?
- A) $\frac{5}{36}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{2}$
18. (4393) Tres grifos A, B y C llenan juntos un depósito en 1 h. Cuando abrimos solamente los grifos A y C, llenamos el depósito en 1 h 30 m y cuando abrimos solamente B y C lo llenamos en 2 horas. ¿En cuántas horas lo llenaría si abriéramos solamente el grifo C?
- A) 0,5 B) 3 C) 3,5 D) 4,5 E) 6
19. (4394) Dos triángulos iguales cuyos ángulos miden 30° , 60° y 90° están colocados de forma que sus hipotenusas coinciden y se solapan parcialmente. Si la hipotenusa es 12, el área de la región común es:
- A) $12\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{3}$ E) 24
20. (4395) Si $x + y = 2$ y $x^2 + y^2 = 5$, entonces $x^3 + y^3 =$



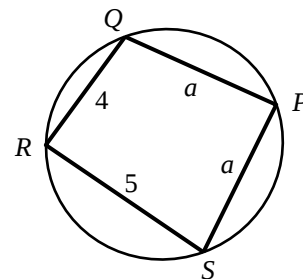
- A) 10 B) 11 C) 13 D) 22 E) 100

21. (4396) Nadal y “otro” juegan en tierra batida un partido a 3 sets, es decir, vence quien gana primero 2 sets. Si la probabilidad que tiene Nadal de ganar cada set es un 70 %, ¿qué probabilidad tiene Nadal de salir victorioso en el partido?

- A) 0,343 B) 0,49 C) 0,637 D) 0,7 E) 0,784

22. (4397) El cuadrilátero $PQRS$ de la figura está inscrito en una circunferencia, tiene ángulos rectos en P y en R , dos de sus lados son iguales y los otros dos miden 4 y 5 cm. ¿Cuánto mide la tangente de su ángulo en Q ?

- A) -9 B) $-5/9$ C) $-4/5$ D) $-5/4$ E) -5



23. (4398) ¿Cuántos enteros positivos verifican que al eliminarles la última cifra, el nuevo número es $1/13$ del original?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

24. (4399) Este año hay en el instituto un 10% de estudiantes más que el año pasado. Si el número de chicos ha aumentado un 20% y el de las chicas un 5%, la fracción del total de estudiantes que corresponde ahora a las chicas es :

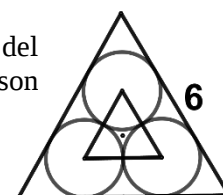
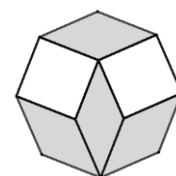
- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{7}{11}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{1}{4}$

25. (4400) Si $P = 10! \cdot 18!$ y $Q = 12! \cdot 17!$, ¿cuál es el mínimo común múltiplo de P y Q ?
(Recuerda que $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$)

- A) $\frac{18! \cdot 12!}{6!}$ B) $\frac{12! \cdot 18!}{3!}$ C) $18! \cdot 17!$ D) $12! \cdot 18!$ E) $\frac{18! \cdot 10!}{3!}$

XXIV CONCURSO DE PRIMAVERA. 2022. 1ª FASE
PRUEBA Nº 188

1. (4476) Piensa en el número $\frac{4}{13}$. ¿Cuánto vale la cifra que ocupa el lugar 2022 en su desarrollo decimal?
 A) 2 B) 3 C) 6 D) 7 E) 9
2. (4477) En cada una de las cuatro caras de un dado con forma de tetraedro están escritos los números correspondientes a los vértices que forman esa cara. Hay una cara con los números 1, 2 y 3, otra con los números 1, 2 y 4, una tercera con los números 1, 3 y 4 y la última lleva los números 2, 3 y 4. Se lanzan dos dados idénticos de estos y una vez en reposo se suman todos los números que quedan a la vista. La suma que tiene mayor probabilidad de aparecer es:
 A) 43 B) 44 C) 45 D) 46 E) 47
3. (4478) ¿Cuánto vale la suma de los tres divisores de 70! más pequeños que son mayores que 70?
 A) 215 B) 216 C) 218 D) 221 E) 223
4. (4479) El número $R = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ puede escribirse de la forma $R = \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$, con a, b, c , enteros. ¿Cuánto vale la suma $a + b + c$?
 A) 35 B) 33 C) 15 D) 27 E) 10
5. (4480) Venga, ¡¡¡a sumar todos los números enteros positivos y en orden, empezando por el uno!!! Cuando al profesor se le pasó el enfado dijo a sus cinco estudiantes que podían parar y les pidió sus resultados. ¿Qué estudiante realizó bien su suma?
 A) 2016 B) 2018 C) 2020 D) 2022 E) 2024
6. (4481) Un octógono regular de lado 6 cm está dividido, tal como se ve en el dibujo, en dos cuadrados y cuatro rombos, todos de lado 6. ¿Cuál es el área, en cm^2 , de uno de esos rombos?
 A) $18\sqrt{3}$ B) 21 C) $18\sqrt{2}$ D) $12\sqrt{6}$ E) $16\sqrt{3}$
7. (4482) En una liga de fútbol con cuatro equipos a doble partido (3 puntos por partido ganado y 1 punto por empate), conocemos las puntuaciones 16, 8 y 2 de tres de ellos. Si sabemos que en total hubo 5 partidos que terminaron con empate, los puntos del cuarto equipo fueron:
 A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3
8. (4483) Si $\frac{a}{b} = 2$, $\frac{c}{b} = 3$ y $a \cdot c = 24$, entonces $a \cdot b + b \cdot c$ es igual a:
 A) 30 B) 29 C) 26 D) 24 E) 20
9. (4484) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{27} - \frac{1}{64} + \dots =$
 A) $\frac{1}{4^2}$ B) $\frac{1}{3 \cdot 4}$ C) $\frac{1}{3^2}$ D) $\frac{1}{2 \cdot 3}$ E) $\frac{1}{3+4}$
10. (4485) Las tres circunferencias son iguales, tangentes dos a dos y tangentes a dos lados del triángulo equilátero de lado 6 cm. ¿Cuánto mide el lado, en cm, del triángulo cuyos vértices son los centros de las circunferencias?
 A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ D) $3\sqrt{3}-3$ E) $\frac{6}{\sqrt{3}-1}$



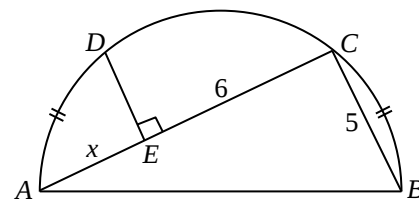
11. (4486) Se mezclan pintura blanca y pintura negra para obtener 12 kg de pintura gris. En la mezcla inicial el 80 % es pintura blanca, pero como es muy oscura se añade más pintura blanca hasta tener una mezcla con el 90 % de pintura blanca. ¿Cuántos kilos de pintura gris tenemos ahora?

A) 13 B) 15 C) 32 D) 24 E) 18

12. (4487) En la semicircunferencia de diámetro AB inscribimos un triángulo rectángulo ABC , como se muestra en la figura. Trazamos la perpendicular al cateto AC por el punto E de modo que corta a la semicircunferencia en D .

Si el cateto BC mide 5, el segmento CE mide 6 y los arcos de circunferencia BC y DA son iguales, el segmento AE mide:

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4



13. (4488) La lista de números enteros positivos $a, 8, b, c, d, e, f, g, 2$ cumple que la suma de cuatro números consecutivos es siempre 17. ¿Cuánto vale $c + f$?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 4 E) 8

14. (4489) Cinco personas sentadas en círculo tiran cada una un dado equilibrado de 6 caras y aquellas que obtengan un 5 o un 6 se ponen en pie. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya dos personas contiguas de pie?

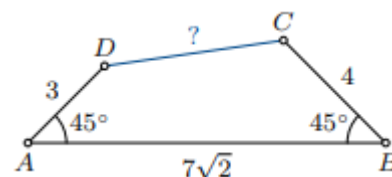
A) $\frac{91}{243}$ B) $\frac{121}{243}$ C) $\frac{130}{243}$ D) $\frac{152}{243}$ E) $\frac{201}{243}$

15. (4490) ¿Cuántos números naturales de tres cifras cumplen que la suma de sus cifras es 18?

A) 20 B) 36 C) 54 D) 60 E) 72

16. (4491) El lado DC del cuadrilátero de la figura mide:

A) $4\sqrt{2}$ B) 5 C) $2\sqrt{6}$ D) 6 E) $\frac{9}{2}$



17. (4492) ¿Cuál es el mayor de los siguientes números?

A) 99^{101} B) 101^{99} C) 10^{200} D) 200^{50} E) 3^{400}

18. (4493) El polinomio $P(x)$ de grado 6 y coeficiente principal 1 tiene las raíces $\pm 1, \pm 3, \pm 4$.

El valor del polinomio para $x = 2$ es:

A) 180 B) -240 C) 120 D) 144 E) -200

19. (4494) Una de estas longitudes NO corresponde a la distancia entre dos vértices de un octógono regular inscrito en una circunferencia de radio 1.

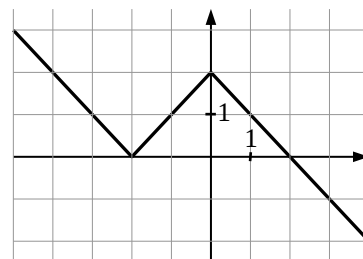
A) $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ B) $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ E) 2

20. (4495) La descomposición del polinomio $x^4 + x^2 + 1$ como producto de polinomios irreducibles con coeficientes reales es:

A) $(x^2 + x + 1)^2$ B) $\left(x + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)(x^2 + 1)$ C) $(x^2 + 1)^2$
D) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ E) $(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$

21. (4496) Dada la función de la gráfica, ¿cuánto vale $f(f(f(-2)))$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



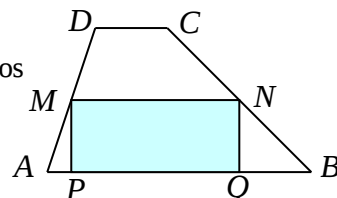
22. (4497) En una progresión aritmética sabemos que $a_{2022} = 25$.

¿Cuánto vale $a_{2001} + 3a_{2019} + 3a_{2025} + a_{2043}$?

A) 150 B) 200 C) 250 D) 300 E) 100

7. (4582) El rectángulo $PQNM$ tiene 13 m^2 de área y M y N son los puntos medios de los lados AD y BC del trapecio $ABCD$. ¿Cuál es el área, en m^2 , del trapecio $ABCD$?

A) 28 B) 27 C) 26 D) 25 E) 24

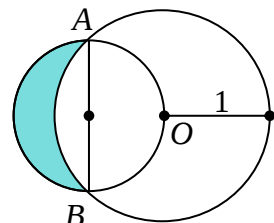


8. (4583) ¿Cuántas sumas de dos o más enteros positivos consecutivos dan 100 como resultado?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. (4584) Dada la circunferencia de centro O y radio 1, elegimos la cuerda AB de modo que la circunferencia cuyo diámetro es AB pasa por O . ¿Cuál es el área de la lúnula sombreada en la figura?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) 1



10. (4585) Si z es un número complejo tal que $\frac{z-i}{z+i}$ es imaginario puro, el módulo de z es:

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) $1+\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

11. (4586) Si x es un número entero positivo, ¿para cuántos valores de x existe un triángulo de lados $\log_2 x$, $\log_4 x$, 3?

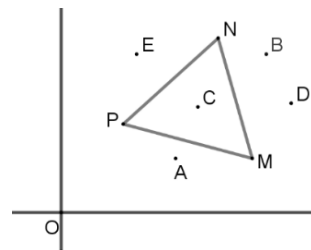
A) 57 B) 59 C) 61 D) 63 E) 65

12. (4587) Todas las rectas de ecuación $ax + by = c$, donde los coeficientes a , b y c (en este orden) están en progresión aritmética, pasan por:

A) $P(1, 2)$ B) $P(0, 1)$ C) $P(1, -2)$ D) $P(1, 0)$ E) $P(-1, 2)$

13. (4588) En la figura, O es el origen de coordenadas. ¿Cuál es el punto cuyas coordenadas son la semisuma (la mitad de la suma) de las coordenadas de M , N y P ?

A) A B) B C) C D) D E) E



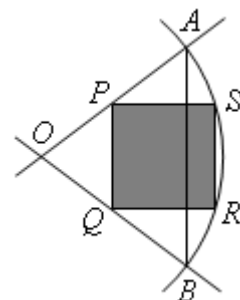
14. (4589) ¿Cuál es la suma de todos los números de dos cifras $[ab]$ que cumplen la igualdad $\frac{[ab]}{[ba]} = \frac{4}{7}$?

($[ab]$ representa un número de dos cifras, no un producto)

A) 120 B) 72 C) 162 D) 210 E) 100

15. (4590) Sea AB una cuerda de longitud 6 cm en una circunferencia de centro O y radio 5 cm. Inscibimos en el sector circular OAB un cuadrado con lado paralelo a AB , tal y como se ve en la figura. ¿Cuál es, en cm^2 , el área del cuadrado?

A) $\frac{225}{109}$ B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{225}{91}$ D) $\frac{900}{109}$ E) 9



16. (4591) ¿Cuál de estos números es el mayor?

A) $\sin 20^\circ$ B) $\cos 20^\circ$ C) $\tan 20^\circ$ D) $\frac{1}{\sin 20^\circ}$ E) $\frac{1}{\tan 20^\circ}$

17. (4592) Antes del partido de fútbol entre el Real Broncas y el Garnacha Atlético se hicieron cinco predicciones:
 a) El partido no terminará en empate. b) El Real Broncas marcará.
 c) El Real Broncas ganará. d) El Real Broncas no perderá. e) Se marcarán exactamente tres goles.
 ¿Cuál fue el resultado final del partido Real Broncas – Garnacha Atlético si exactamente tres de estas cinco predicciones resultaron ciertas?

A) Real Broncas: 2, Garnacha Atlético: 1 B) Real Broncas: 0, Garnacha Atlético: 3
 C) Real Broncas: 1, Garnacha Atlético: 2 D) Real Broncas: 3, Garnacha Atlético: 0
 E) Real Broncas: 1, Garnacha Atlético: 0

18. (4593) Juan elige un número entero al azar entre el 1 y el 9. Lo mismo hace María independientemente de lo que hace Juan. Se suman los dos números, ¿cuál es la cifra de las unidades más probable de esta suma?

A) 0 B) 1 C) 5 D) 9 E) Todas las cifras tienen la misma probabilidad

19. (4594) El número de soluciones en el intervalo $[0, 2\pi)$ de la ecuación $\sin^8 x + \cos^6 x = 1$ es:

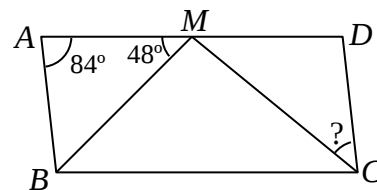
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

20. (4595) Si $a \geq 0$, el valor mínimo de la función $f(x) = 2|x - a| + 3|x + a|$ es:

A) 0 B) $2a$ C) $4a$ D) $5a$ E) $6a$

21. (4596) En el paralelogramo $ABCD$, M es el punto medio del lado AD , el ángulo $\hat{B}AM = 84^\circ$ y $\hat{AMB} = 48^\circ$, entonces $\hat{DCM}$ mide:

A) 36° B) 42° C) 44° D) 45° E) 48°

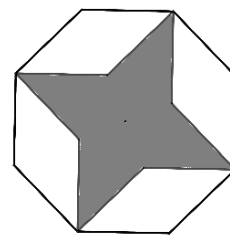


22. (4597) En el triángulo ABC se tiene que $\operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$ y $\operatorname{tg} B = \frac{21}{20}$. El cociente $\frac{AC}{BC}$ vale:

A) $\frac{7}{29}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{21}{29}$ E) $\frac{35}{29}$

23. (4598) El octógono regular de la figura está descompuesto en cuatro rombos y una estrella de cuatro puntas. Si el lado del octógono mide 1 cm, el área de la estrella, en cm^2 , es:

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $2\sqrt{2}$



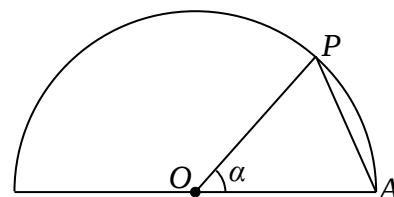
24. (4599) ¿Cuántas claves de cuatro cifras se pueden escribir de modo que aparezcan dos y solo dos de las diez cifras del sistema decimal?

Consideramos que el 0 puede estar al comienzo de la clave.

A) 270 B) 450 C) 540 D) 630 E) 720

25. (4600) En el semicírculo de la figura, donde $OA = 1$, la cuerda AP coincide con:

A) $\operatorname{sen} \alpha$ B) $\operatorname{tg} \alpha$ C) $\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ D) $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ E) $2\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$



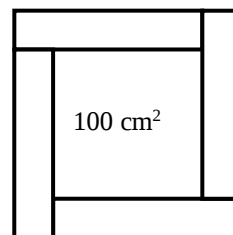
XXV CONCURSO DE PRIMAVERA. 2023. 1ª FASE
PRUEBA Nº 196

1. (4676) La suma $1 + 2\sqrt{2} + 3 + 4\sqrt{2} + \dots + 15 + 16\sqrt{2}$ es igual a:

A) $60 + 72\sqrt{2}$ B) $60 + 75\sqrt{2}$ C) $64 + 72\sqrt{2}$
 D) $64 + 65\sqrt{2}$ E) $71 + 72\sqrt{2}$

2. (4677) En la figura se muestran cuatro rectángulos idénticos, cada uno de los cuales tiene perímetro 32 cm, rodeando un cuadrado de 100 cm^2 de área.
 ¿Cuál es, en cm^2 , el área de cada rectángulo?

A) 36 B) 39 C) 42 D) 45 E) 48

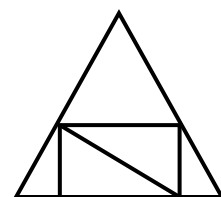


3. (4678) Sabemos que para todo n positivo $\frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1}$. Entonces, $A + B$ es igual a:

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4. (4679) Inscribimos un rectángulo en un triángulo equilátero de lado 10 cm, como se ve en la figura. Dividimos el rectángulo mediante una diagonal en dos triángulos rectángulos con los que se puede formar otro triángulo equilátero. ¿Cuánto mide la base, en cm, del rectángulo?

A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}$ E) $\frac{20}{3}$



5. (4680) Si $1 + a + a^2 + \dots = n$, entonces a es igual:

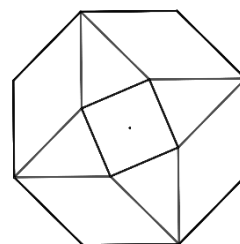
A) $\frac{n}{n+1}$ B) $\sqrt{n}$ C) $\frac{n-1}{n+1}$ D) $\frac{n-1}{n}$ E) $\frac{n^2}{n^2+1}$

6. (4681) La hipérbola $y = \frac{2x-6}{3x+12}$ tiene por asíntotas:

A) $x = 3$; $y = \frac{2}{3}$ B) $x = -4$; $y = \frac{2}{3}$ C) $x = 3$; $y = -4$
 D) $x = 6$; $y = \frac{2}{3}$ E) $x = 6$; $y = -12$

7. (4682) Hemos dividido un octógono regular en cuatro rombos, cuatro triángulos isósceles y un cuadrado central, como se ve en la figura. Si el lado del octógono mide 2 cm, el área, en cm^2 , del cuadrado es:

A) 1 B) $4\sqrt{2} - 2$ C) $3\sqrt{2} - 1$ D) $8 - 4\sqrt{2}$ E) $6 - 4\sqrt{2}$

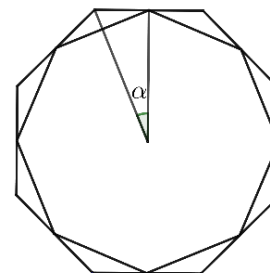


8. (4683) El número $100!$ tiene 158 cifras en nuestro sistema de numeración decimal de las cuales las n últimas cifras son ceros. El valor de n es:

A) 10 B) 11 C) 20 D) 23 E) 24

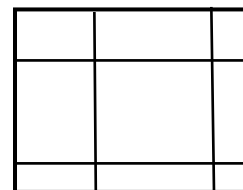
9. (4684) En un polígono regular de ángulo central 2α hemos inscrito otro polígono regular que tiene como vértices los puntos medios de los lados del primer polígono. La proporción de áreas entre el polígono menor y el mayor es:

A) $\sin^2 2\alpha$ B) $\cos^2 2\alpha$ C) $\sin^2 \alpha$ D) $\cos^2 \alpha$ E) $\cos 2\alpha$



10. (4685) A partir de dos líneas horizontales y dos verticales hemos dividido un rectángulo en nueve rectángulos. Sabiendo que el área de cinco de estos últimos es 1, 2, 3, 4 y 5 cm^2 , ¿cuál puede ser el área máxima, en cm^2 , de nuestro rectángulo de partida?

A) 36 B) 48 C) 63 D) 64 E) 81



11. (4686) Consideramos las rectas $r: y = mx$ y $s: y = -mx + n$ con m y n números enteros positivos menores que 10 elegidos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el triángulo formado por el eje de abscisas y las dos rectas tenga un área menor que 1?

A) $\frac{32}{81}$ B) $\frac{11}{27}$ C) $\frac{34}{81}$ D) $\frac{35}{81}$ E) $\frac{4}{9}$

12. (4687) Un caballo que está en una esquina de la primera fila de un tablero de ajedrez, ¿a cuántas casillas de la fila cuarta puede llegar en dos o tres movimientos?

A) ocho B) siete C) seis D) cinco E) cuatro

13. (4688) Calcula el valor de $\sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}} \cdot \dots$

A) $\sqrt{125}$ B) 5 C) $\sqrt[4]{125}$ D) 25 E) 125

14. (4689) Tiramos tres dados normales con seis caras numeradas del 1 al 6 y sumamos sus resultados pero, si salen resultados repetidos, los descartamos. Por ejemplo, si salen 2, 3 y 5, la suma es 10; si salen dos cincos y un cuatro descartamos los dos cincos y consideramos que la suma es cuatro; y, si salen tres resultados iguales se descartan los tres dados y la suma se considera cero. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma esté comprendida entre 1 y 6, ambos incluidos?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{91}{216}$ C) $\frac{23}{54}$ D) $\frac{95}{216}$ E) $\frac{4}{9}$

15. (4690) Definimos $f(n)$ como una función que eleva un número natural n al cuadrado y suma las cifras del resultado obtenido. Por ejemplo, $f(15) = 9$ ya que $15^2 = 225$ y $2 + 2 + 5 = 9$.

Consideremos $f_i(n) = f(f_{i-1}(n))$ y $f_1(n) = f(n)$, es decir, $f_2(n) = f(f(n))$. ¿Cuánto vale $f_{2023}(11)$?

A) 4 B) 7 C) 9 D) 13 E) 16

16. (4691) En 1770, Joseph-Louis Lagrange demostró que todo número entero positivo se puede escribir como suma de cuatro cuadrados de enteros no negativos. Por ejemplo, $13 = 0^2 + 0^2 + 2^2 + 3^2$.

¿Cuántos de los quince primeros enteros positivos se pueden escribir como suma de tres cuadrados?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

17. (4692) Los números enteros positivos m , n y p satisfacen la ecuación $3m + \frac{3}{n+\frac{1}{p}} = 17$. El valor de m es:

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. (4693) Tenemos cuatro números enteros positivos diferentes. Hemos efectuado todas las posibles sumas de dos de estos números, obteniendo los siguientes resultados: 23, 29, 36, 43 y 49, repitiéndose uno solo de estos totales. ¿Cuál es el mayor de los cuatro números?

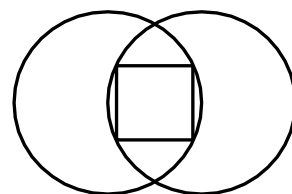
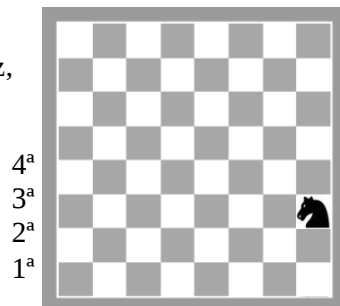
A) 14 B) 21 C) 28 D) 35 E) 42

19. (4694) Dos circunferencias de radio 1 se cortan de modo que cada una de ellas pasa por el centro de la otra. Se inscribe un cuadrado en el espacio comprendido entre las dos circunferencias. El área del cuadrado es:

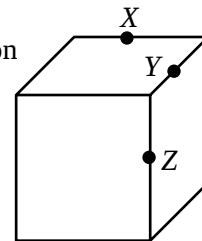
A) $2 - \frac{\sqrt{7}}{2}$ B) $2 + \frac{\sqrt{7}}{2}$ C) $4 - \sqrt{5}$ D) 1 E) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

20. (4695) El mayor cuadrado perfecto que es divisor de $10!$ es:

A) $(4!)^2$ B) $(5!)^2$ C) $(6!)^2$ D) $(7!)^2$ E) $(8!)^2$



21. (4696) La arista de un cubo es 2. Un plano corta el cubo pasando por los puntos X , Y , Z que son puntos medios de las correspondientes aristas del cubo. El área de la sección es:



- A) $\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{2}$ D) 6 E) 8
22. (4697) El resultado de la operación $\binom{7}{3} \cdot \binom{3}{3} + \binom{7}{4} \cdot \binom{3}{2} + \binom{7}{5} \cdot \binom{3}{1} + \binom{7}{6} \cdot \binom{3}{0}$ es el número:
- A) 180 B) 196 C) 210 D) 216 E) 225

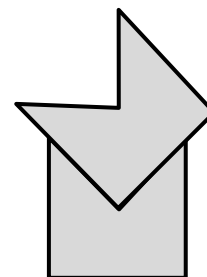
23. (4698) En un rombo cuyo ángulo menor mide 60° hemos inscrito un círculo de radio 1. El área del rombo es:

- A) 6 B) 4 C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$

24. (4699) Cinco estudiantes han calculado la tangente de 15° y solo uno se ha equivocado. ¿Cuál?

- A) $\sqrt{\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}}$ B) $\frac{(3-\sqrt{3})^2}{6}$ C) $2 - \sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}-1}{3}$ E) $\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$

25. (4700) Hemos formado dos pentágonos idénticos quitando un triángulo rectángulo isósceles a sendos cuadrados de lado 1. A continuación hemos encajado un pentágono en el otro, como muestra la figura. El perímetro del octógono así formado es:



- A) 4 B) $4 + 2\sqrt{2}$ C) 5 D) $6 - 2\sqrt{2}$ E) 6

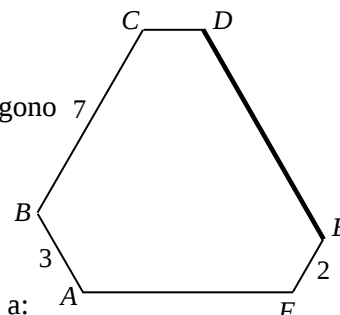
XXV CONCURSO DE PRIMAVERA. 2023. 2ª FASE PRUEBA N° 200

1. (4776) Las coordenadas de dos vértices consecutivos de un cuadrado son $A(-2, 1)$ y $B(3, 0)$. Si el centro del cuadrado está en el primer cuadrante, ¿qué coordenadas tiene el vértice C , opuesto al A ?

- A) (3, 4) B) (-1, 7) C) (1, 3) D) (4, 7) E) (4, 5)

2. (4777) Se ha construido el hexágono de la figura con los lados paralelos a los de un hexágono regular. El lado AB mide 3 cm, BC mide 7 cm y EF mide 2 cm. ¿Cuántos cm mide el lado DE ?

- A) 7,5 B) 8 C) 8,5 D) 8,75 E) 9



3. (4778) Si $|a| < 1$ y $1 + a + a^2 + a^3 \dots = b$, entonces $1 - a + a^2 - a^3 + a^4 \dots$ es igual a:

- A) $\frac{b}{2b-1}$ B) $\frac{b}{b+1}$ C) $\frac{b}{1-b}$ D) $\frac{b}{2b+1}$ E) $\frac{1}{b+1}$

4. (4779) En una familia de cuatro miembros, ¿cuál es la probabilidad de que sólo dos de ellos cumplan años en domingo?

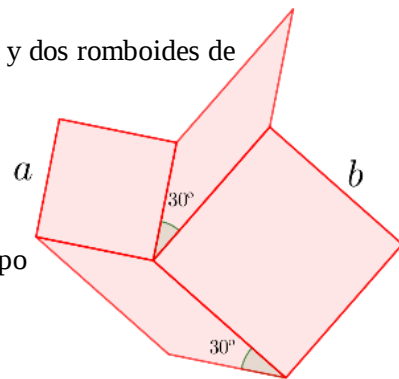
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{47}{1296}$ E) $\frac{216}{2401}$

5. (4780) El resultado de la operación $\binom{4}{0}^2 + \binom{4}{1}^2 + \binom{4}{2}^2 + \binom{4}{3}^2 + \binom{4}{4}^2$ es:

- A) $(1 + 4 + 6 + 4 + 1)^2$ B) $(2^4)^2$ C) $\binom{8}{4}$ D) $2 \cdot (1^2 + 4^2 + 6^2)$ E) $\frac{8!}{4!}$

6. (4781) El octógono de la figura se puede dividir en dos cuadrados de lados a y b y dos romboides de ángulos agudos de 30° . La expresión que determina el área del octógono es:

A) $(a+b)^2 - ab$ B) $(a+b)^2 + ab$ C) $(a+b)^2$
 D) $a^2 + b^2 + \frac{ab}{2}$ E) $a(a+2b) + b(b+2a)$



7. (4782) La probabilidad de que Ángel y Beatriz aparezcan juntos en la foto del grupo de cinco personas que se han colocado en fila al azar es:

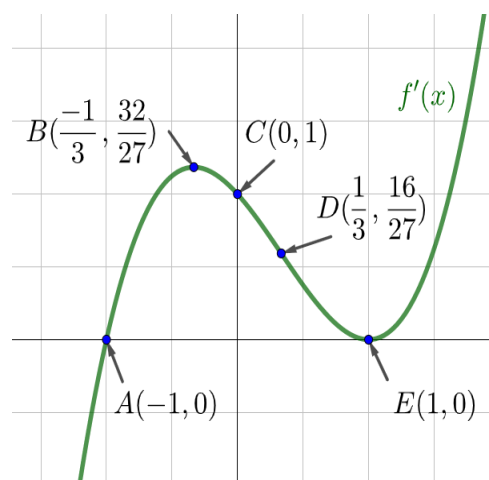
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4!}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{10}$

8. (4783) Si $\begin{cases} 3a + 2b + c = 1 \\ 2a + b + 3c = 4 \\ a + 3b + 2c = -5 \end{cases}$, entonces $a \cdot b \cdot c$ es:

A) -6 B) -20 C) 12 D) 24 E) 30

9. (4784) En la gráfica está representada $f'(x)$, la derivada de $f(x)$. Podemos afirmar que $f(x)$ presenta:

A) Un mínimo relativo en $x = -1$ y un máximo relativo en $x = 1$
 B) Un máximo relativo en $x = \frac{-1}{3}$ y un mínimo relativo en $x = 1$
 C) Dos puntos de inflexión en $x = \frac{-1}{3}$ y en $x = 1$
 D) Un punto de inflexión en $x = \frac{1}{3}$
 E) Un punto de inflexión en $x = 0$



10. (4785) Si $a + b = 2c$, entonces el valor de $\frac{a}{a-c} + \frac{c}{b-c}$ es:

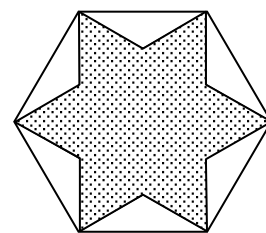
A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

11. (4786) Sabemos que a, b y c son números naturales distintos de una cifra. Con ellos, formamos la ecuación de segundo grado $(x - 2a) \cdot (x - 2b) + (x - b) \cdot (x - c) = 0$. ¿Cuál es el mayor valor posible de la suma de las soluciones de dicha ecuación?

A) 25 B) $\frac{51}{2}$ C) 26 D) $\frac{53}{2}$ E) 27

12. (4787) Hemos inscrito una estrella de seis puntas en un hexágono regular como se muestra en la figura. La relación entre el área del hexágono y el área de la estrella es:

A) 1,25 B) 1,5 C) 1,75 D) 2 E) 2,25



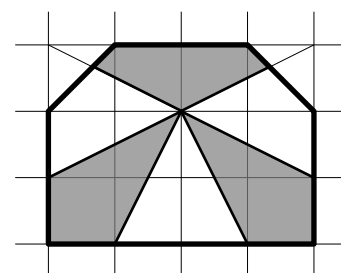
13. (4788) Colocamos en una tabla de dimensiones 3×3 todos los divisores de 36, uno en cada casilla, de modo que el producto de los elementos de cada fila, de cada columna y de cada diagonal sea el mismo. En la figura aparecen colocados tres de ellos. El valor de x es:

x	1	18
2		

A) 12 B) 9 C) 6 D) 4 E) 3

14. (4789) En una retícula 3×4 dibujamos un hexágono y sombreamos como indica la figura. ¿Cuál es la proporción del área sombreada y la no sombreada del hexágono?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{9}{8}$ E) $\frac{17}{16}$



15. (4790) Los números x, y, z cumplen $5x + 3y - z = 15$ y $7x + 4y - 2z = 3$.

La media aritmética de x, y, z es:

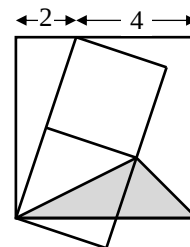
A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 16

16. (4791) ¿Cuántos pares de números primos de dos cifras cumplen la condición $a^2 - b^2 = 4(a + b)$?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

17. (4792) Se consideran dos cuadrados iguales. Construimos otro cuadrado de lado 6 como indica la figura. El área del triángulo coloreado es:

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



18. (4793) El triángulo ABC tiene un ángulo recto en C . Si $\operatorname{sen} A = \frac{2}{3}$, ¿cuánto vale $\operatorname{tg} B$?

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 2

19. (4794) Las raíces del polinomio $x^3 - 3x^2 + x + 5$ son:

A) $-1, -2 + i, -2 - i$ B) $1, 1 + 2i, 1 - 2i$ C) $-1, 2 + i, 2 - i$
D) $1, -1, -5$ E) $-1, 1 + i, 1 - i$

20. (4795) Si $N = \frac{\log 49}{\log 2023} + \frac{\log 289}{\log 2023}$, entonces podemos asegurar que:

A) $N < 1$ B) $N = 1$ C) $1 < N < 2$ D) $N > 2$ E) $N = 2$

21. (4796) ¿Cuál es el resultado de esta multiplicación:

$$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4\sqrt{2}} \dots\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \dots\right) ?$$

A) $2 - \sqrt{2}$ B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) $2 + \sqrt{2}$

22. (4797) Victoria tiene una serie de fichas cuadradas idénticas. Si construye con ellas un cuadrado de n fichas por lado le sobran 64 fichas, pero para construir un cuadrado de $n + 1$ fichas por lado le faltan 25 fichas. ¿Cuántas fichas tiene Victoria?

A) 89 B) 2000 C) 2019 D) 2023 E) 2024

23. (4798) Si un número complejo $z \neq 1$ verifica $z^n = 1$, el valor de $z + z^2 + z^3 + \dots + z^{n-1}$ es:

A) -1 B) $-i$ C) 0 D) i E) 1

24. (4799) El valor de $(1 + \operatorname{tg} 10^\circ) \cdot (1 + \operatorname{tg} 35^\circ)$ es:

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) 2

25. (4800) En un rectángulo de dimensiones 8×6 se traza una diagonal. A continuación se dibujan las circunferencias inscritas en los dos triángulos rectángulos formados por los lados del rectángulo y la diagonal trazada. La distancia entre los centros de las dos circunferencias es:

A) 4,5 B) 5 C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{5}$

NIVEL 4

	1999			2000			2001			2002			2003			2004			2005			2006			2007			2008			2009			2010			2011					
	I			II			III			IV			V			VI			VII			VIII			IX			X			XI			XII			XIII					
	CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO			CONCURSO		
	1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE		1ª FASE	2ª FASE				
PRUEBA Nº	4	8		12	16		20	24		28	32		36	40		44	48		52	56		60	64		68	72		76	80		84	88		92	96		100	104				
1	E	A		C	B		B	D		B	C		C	B		C	E		D	E		B	E		A	D		B	C		A	B		C	A		A	B				
2	D	B		D	E		E	D		D	A		D	C		B	A		A	B		A	C		C	D		A	D		E	A		C	B		D	B				
3	B	E		B	E		B	A		C	C		D	C		E	D		D	C		B	C		E	B		E	E		E	C		B	D		A	E				
4	B	E		C	C		A	C		B	B		B	A		D	D		B	A		A	A		C	A		A	C		A	C		C	E		A	D				
5	D	E		E	C		C	B		B	D		C	B		D	D		B	C		C	A		B	B		B	C		C	D		C	A		C	B				
6	C	B		B	A		B	D		A	C		C	D		A	D		D	B		B	D		A	C		C	E		A	E		A	E		B	B				
7	C	D		E	C		A	C		D	C		C	C		A	C		C	B		A	C		B	E		E	C		E	D		C	B		E	E				
8	D	A		D	E		A	D		D	A		E	A		B	E		B	C		A	C		C	D		B	B		C	D		B	B		E	E				
9	D	B		C	D		D	A		A	B		D	B		D	B		D	D		A	D		E	B		C	C		A	D		E	C		C	C				
10	C	A		A	C		B	C		D	C		A	E		C	C		C	A		C	B		A	E		E	D		C	A		D	D		E	A				
11	C	D		E	D		C	D		C	D		C	E		D	D		A	A		B	C		A	B		E	B		E	A		A	B		B	C				
12	E	A		A	D		D	C		E	B		D	C		A	D		B	B		C	A		C	A		E	E		E	B		D	D		E	E				
13	D	C		A	C		B	B		C	C		B	A		B	B		A	D		D	C		B	C		C	B		D	E		A	D		B	E				
14	B	B		E	A		D	D		A	D		D	D		E	D		E	C		E	B		E	B		D	C		D	D		E	C		D	D				
15	D	C		A	B		C	C		E	D		D	D		E	E		C	C		D	B		D	A		E	E		E	C		D	B		B	C				
16	B	A		B	A		E	E		A	C		D	B		A	A		D	D		A	D		E	B		D	A		A	C		C	C		D	C				
17	E	C		B	E		A	E		E	C		E	A		E	A		E	A		B	C		E	B		E	A		C	C		A	B		B	C				
18	D	A		B	D		E	C		D	A		A	D		E	B		D	A		D	C		A	E		B	D		D	E		A	A		C	C				
19	D	D		B	E		A	A		B	D		D	B		D	C		B	E		D	C		E	D		B	C		C	C		D	B		D	B				
20	A	D		C	A		A	E		A	D		D	A		E	D		E	C		C	A		C	D		D	A		D	A		C	C		D	D				
21	A	E		C	E		E	D		C	C		E	C		B	B		C	E		E	D		B	C		C	C		B	C		D	C		C	B				
22	B	D		B	C		E	E		D	C		C	B		C	D		D	B		C	D		B	A		D	C		B	A		B	B		D	E				
23	D	E		D	E		A	A		D	A		B	B		B	A		C	B		C	E		C	E		C	B		D	C		A	A		B	D				
24	C	C		A	C		E	D		B	B		C	C		C	B		D	E		C	A		D	B		B	B		A	C		E	E		C	A				
25	E	E		B	A		D	B		E	B		E	D		D	D		C	E		A	B		E	A		C	B		D	A		B	A		B	B				

CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

TABLA DE SOLUCIONES (2012 – 2023)

NIVEL 4

	2012		2013		2014		2015		2016		2017		2018		2019		2020		2021		2022		2023	
	XIV CONCURSO		XV CONCURSO		XVI CONCURSO		XVII CONCURSO		XVIII CONCURSO		XIX CONCURSO		XX CONCURSO		XXI CONCURSO		XXII CONCURSO		XXIII CONCURSO		XXIV CONCURSO		XXV CONCURSO	
	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE	1ª FASE	2ª FASE
PRUEBA Nº	108	112	116	120	124	128	132	136	140	144	148	152	156	160	164	168	172	176	180	184	188	192	196	200
1	A	E	C	B	C	E	B	B	D	A	D	C	D	B	D	B	B			C	A	A	C	E
2	E	B	C	D	A	E	D	E	A	E	C	D	C	C	D	D	A			C	C	B	B	B
3	C	A	B	E	C	B	D	A	D	A	E	C	C	A	A	D	A			C	D	D	B	A
4	B	A	A	B	C	C	C	B	B	C	A	D	A	D	C	C	E			C	D	D	A	E
5	D	A	D	D	B	B	E	E	C	B	A	A	D	E	E	B	E			A	A	C	D	C
6	B	D	C	B	B	C	D	D	D	B	D	E	C	A	C	C	B			C	C	E	B	A
7	D	B	B	E	E	A	C	B	D	A	D	C	E	D	D	B	A			D	C	C	D	D
8	D	D	E	A	C	B	C	E	A	D	B	D	D	C	C	A	E			A	E	B	E	A
9	A	B	C	C	C	A	C	C	C	D	A	B	E	E	A	B	C			D	D	A	D	C
10	A	D	B	B	E	C	B	C	E	A	B	B	E	C	C	E	B			D	D	B	D	E
11	C	C	E	D	E	C	D	C	E	D	B	C	A	E	D	E	C			D	D	B	A	A
12	C	E	B	D	E	D	A	E	D	E	B	E	E	B	C	D	A			C	E	E	C	B
13	B	A	D	E	B	A	A	D	B	A	C	D	D	C	A	C	A			B	B	B	B	A
14	D	C	C	A	B	D	A	E	D	C	B	C	A	E	E	A	B			D	D	A	E	E
15	A	E	B	D	D	A	A	E	E	C	A	A	B	B	D	C	E			D	C	D	D	C
16	A	C	D	D	E	E	B	E	C	E	A	E	C	A	A	D	D			C	B	D	C	C
17	C	E	D	D	D	D	A	E	C	C	A	E	A	C	C	D	A			D	A	C	E	D
18	B	B	D	A	B	B	C	C	B	C	D	B	D	D	C	A	A			A	A	A	C	A
19	B	D	D	E	C	A	E	B	E	B	A	D	C	D	B	D	A			A	B	C	A	C
20	E	B	E	A	B	C	B	D	A	C	E	C	A	E	A	E	A			B	D	C	C	C
21	C	C	D	A	B	D	E	C	D	E	E	D	C	C	A	C	E			E	A	B	B	D
22	B	E	C	C	D	B	D	D	B	D	A	C	C	A	C	B	B			A	B	E	C	B
23	C	D	E	B	A	E	E	B	D	E	A	B	A	E	C	A	A			D	C	B	E	A
24	C	C	B	A	B	A	D	D	C	D	C	D	D	C	B	C	D			B	E	D	D	E
25	C	C	D	C	E	C	C	D	B	D	D	B	E	A	B	B	D			B	C	E	E	E

